

Numerieke Geodynamica

(Hoe nerds de aarde bestuderen)

C. Thieulot

www.cedricthieulot.net



Universiteit Utrecht



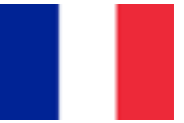
Inhoud



- Introductie, wie ben ik?
- Geologische context van de aarde
- Vergroten van kennis & begrip
- Numerieke modellering *for dummies*
- Numerieke geodynamica
- Toepassingen



1997 B.Sc. Wiskunde



2000 M.Sc. Natuurkunde



2004 Ph.D. Natuurkunde



2005-2008 Onderzoeker



2008-2012 Onderzoeker



2012-2015 Onderzoeker



2015- Universitair Docent





Universiteit Utrecht

Aardwetenschappen Manteldynamica groep



Prof. W. Spakman

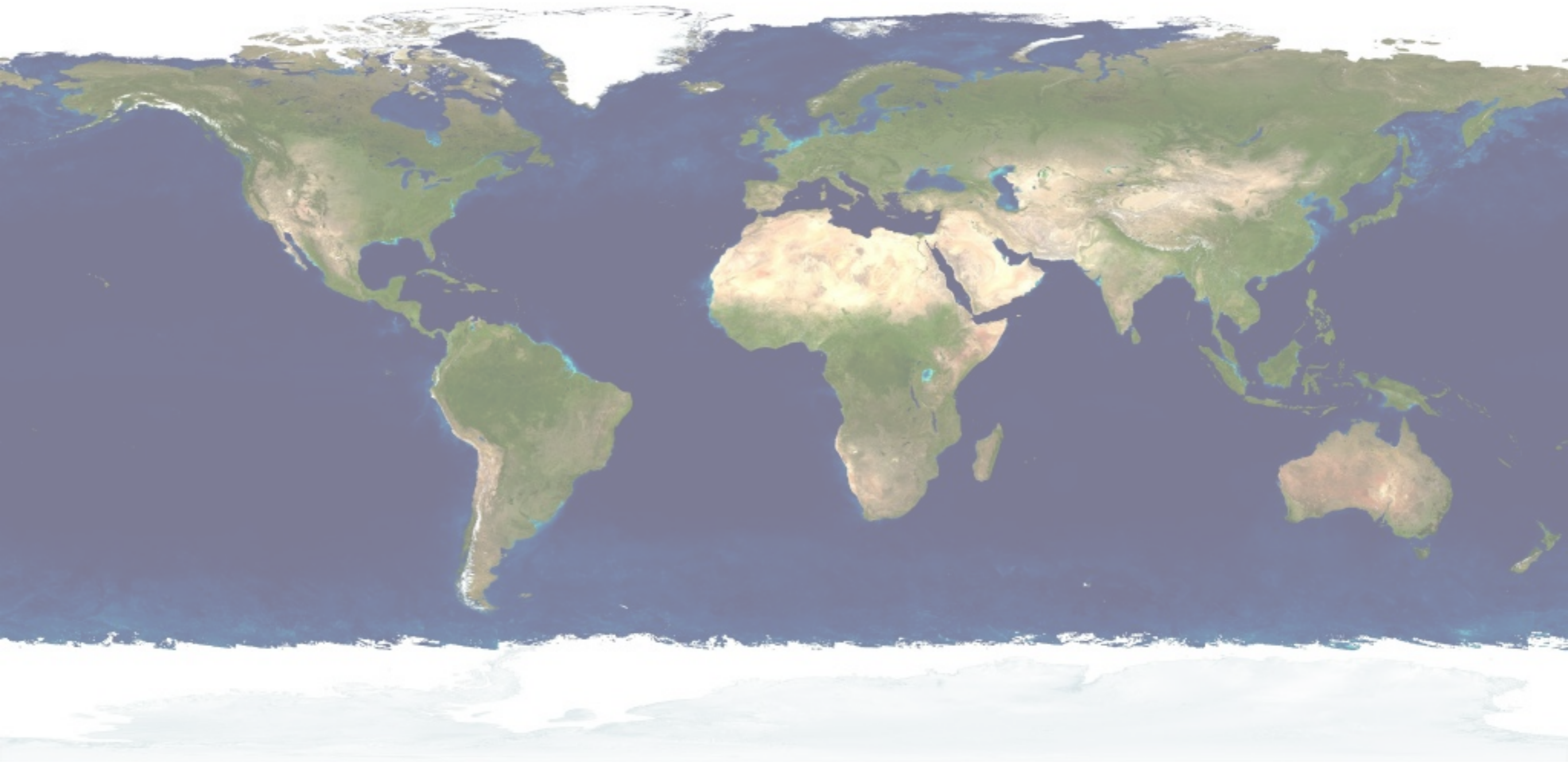


Dr. D. van Hinsbergen

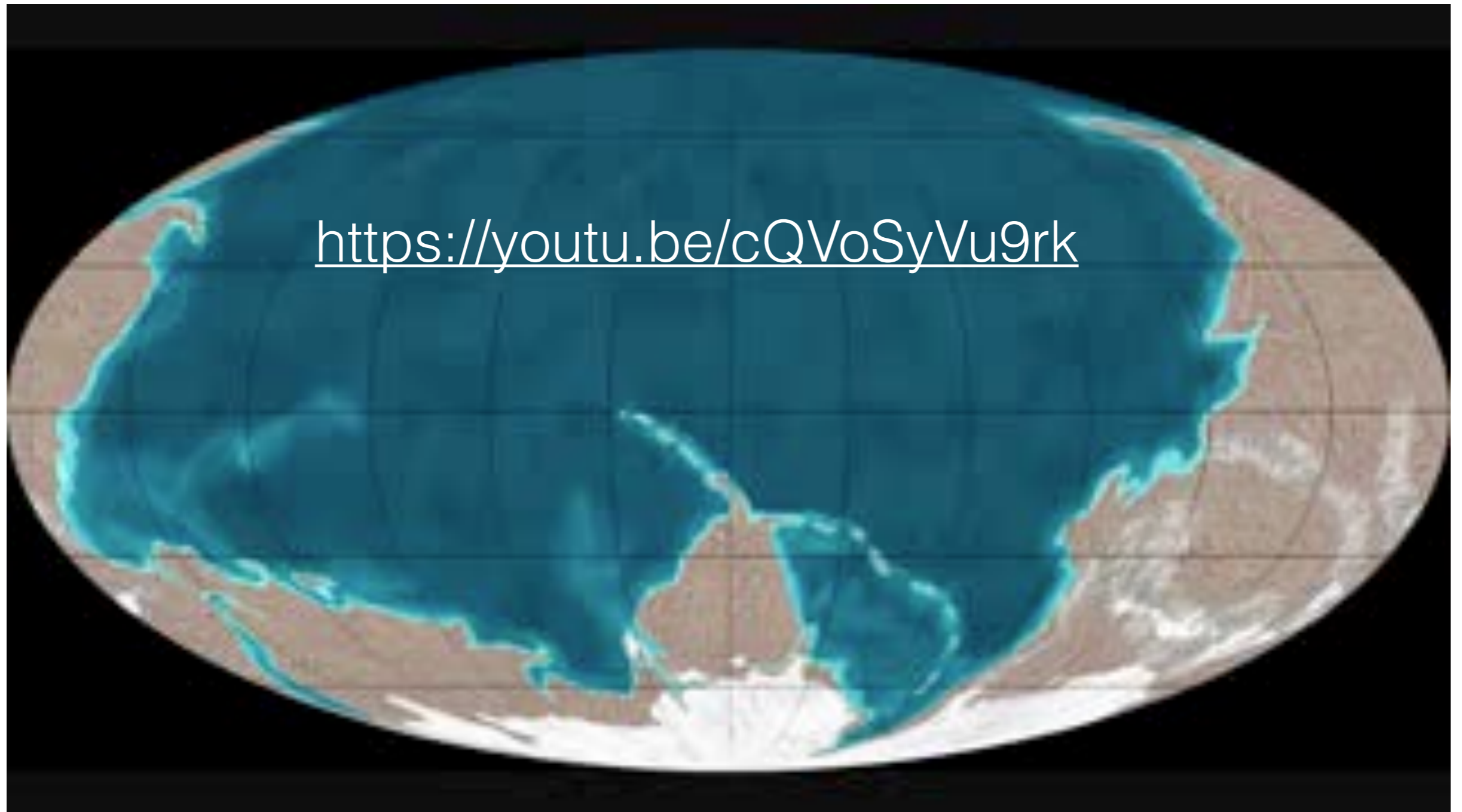
↓
Winterlezing, 7 februari



De geologische context



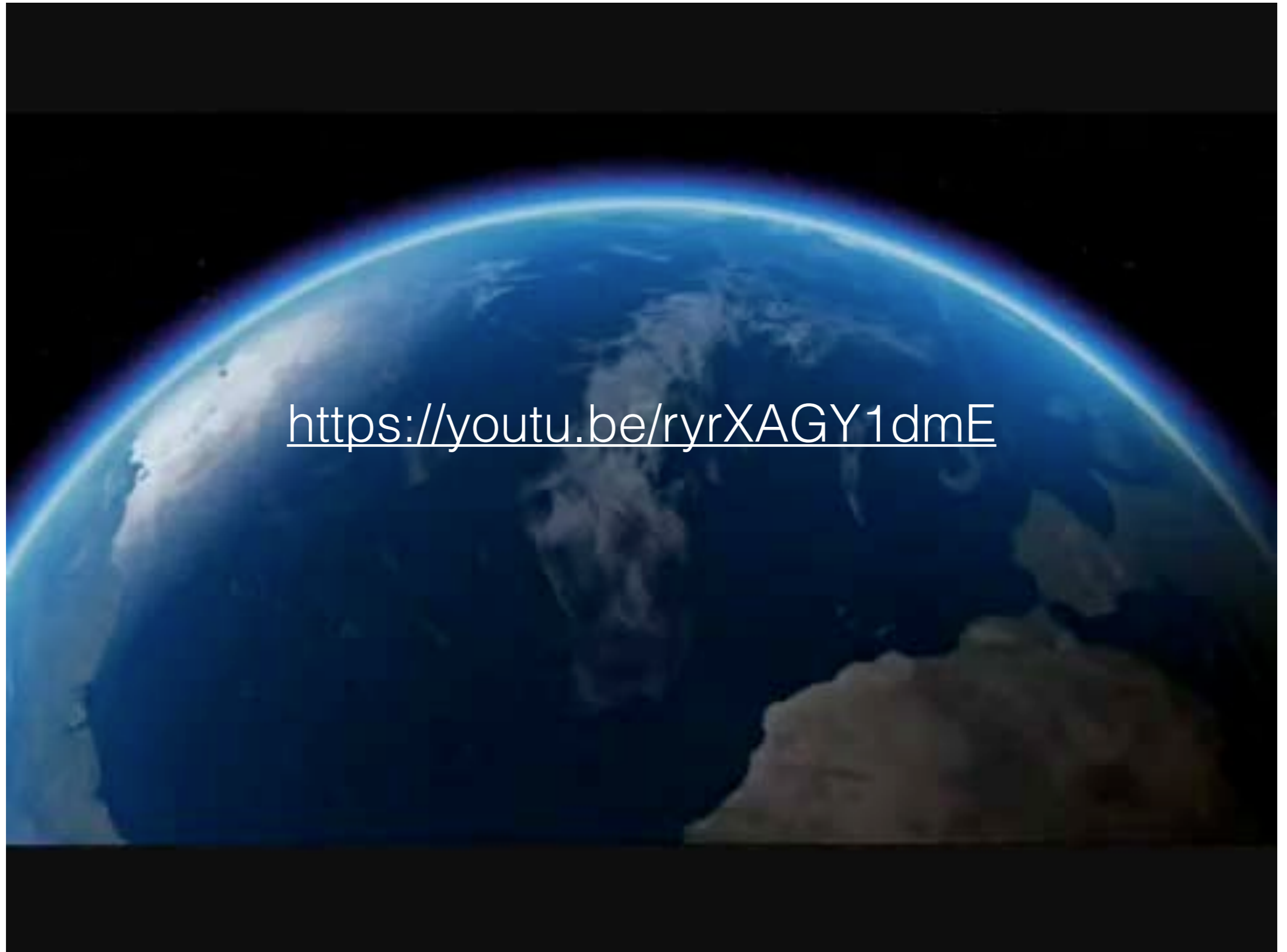
de geologische context



“Eilanden komen weer samen, als de zeebodem breekt en verschuift”

Paskal van BLØF

de geologische context



<https://youtu.be/ryrXAGY1dmE>

de geologische context

<https://youtu.be/NSBjEvPH2j4>

2011年の日本の地震

Japan earthquakes 2011

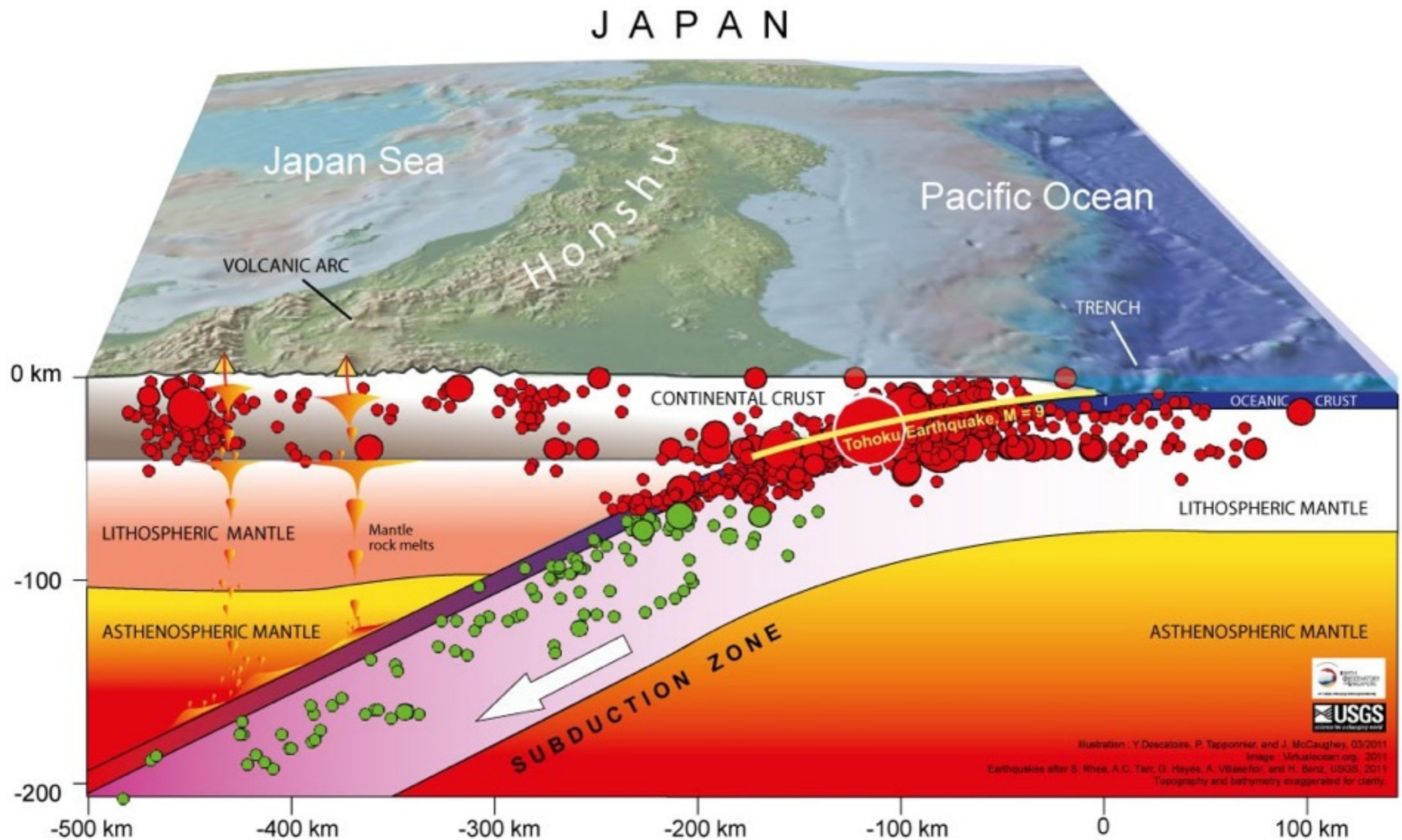
発生地点・規模・時刻分布図

Visualization map

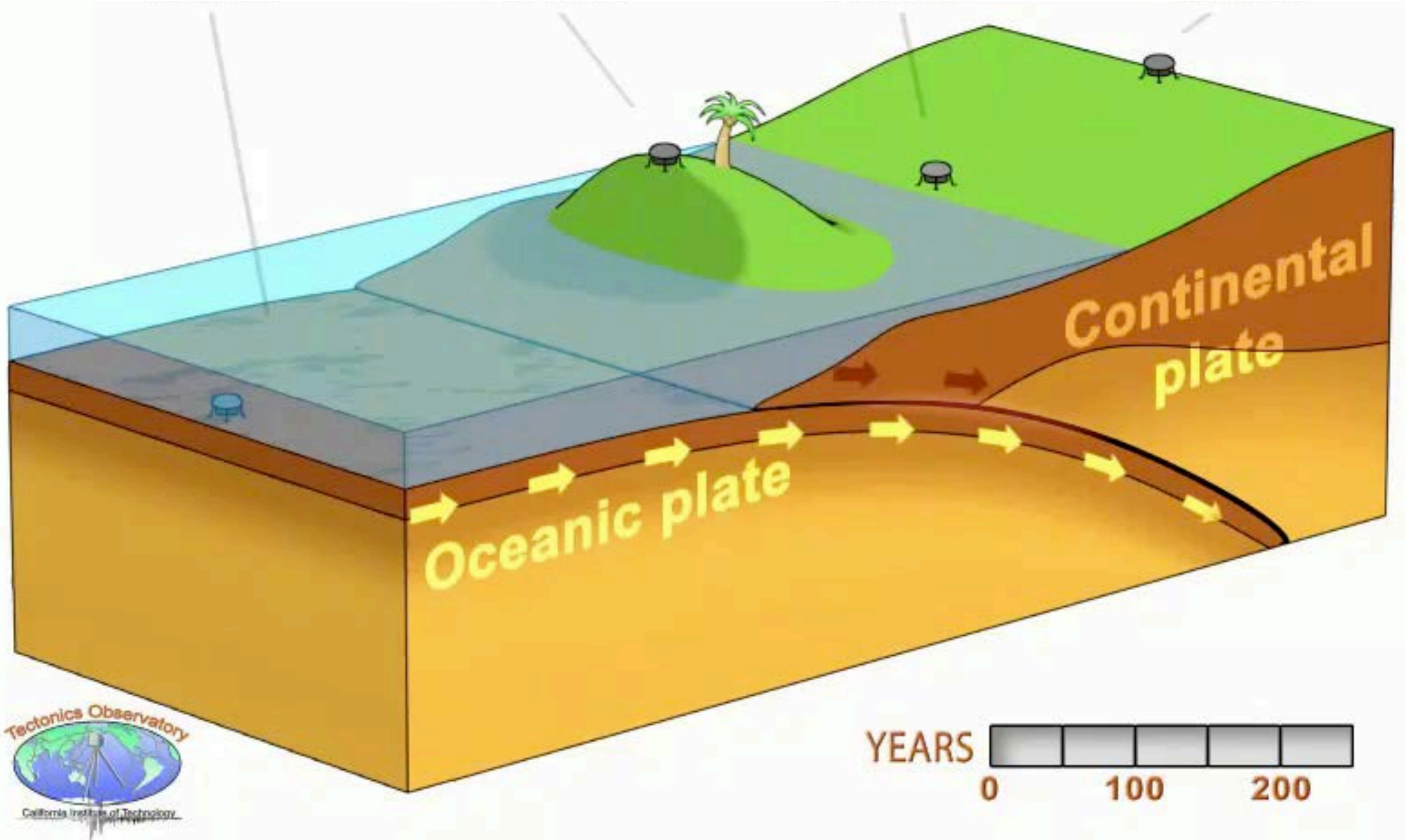
2011年1月1日00:00 ~ 2012年1月1日00:00

2011-01-01 00:00 / 2012-01-01 00:00 JST

de geologische context



de geologische context



de geologische context



<https://youtu.be/j0YOXVIPUu4>

11 maart 2011: aardbeving aan de oostkust
magnitude 9.0
de krachtigste aardbeving ooit in Japan
#5 in de hele wereld sinds 1900
enorme tsunami's (golven van 40m)
15,000 doden

Aardbevingen ... Erts ... Olie ... Gas ...
Tunnels & Bruggen ... Klimaat ... Groningen
Fundamentele wetenschap

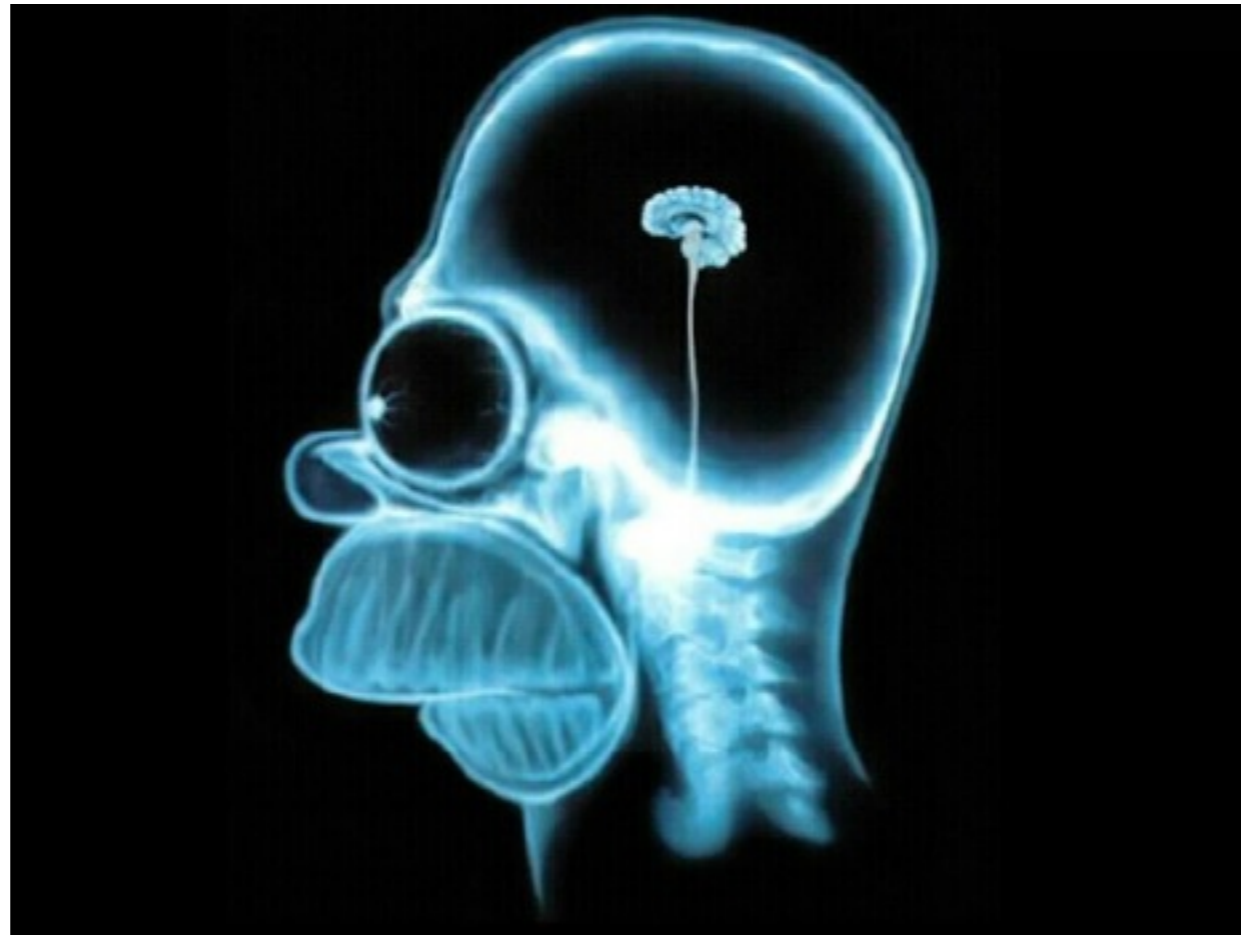
Waar ?
Waarom ?
Wanneer ?
Hoe ?



Hypothesen formuleren

Hypothesen testen

Kennis & begrip vergroten

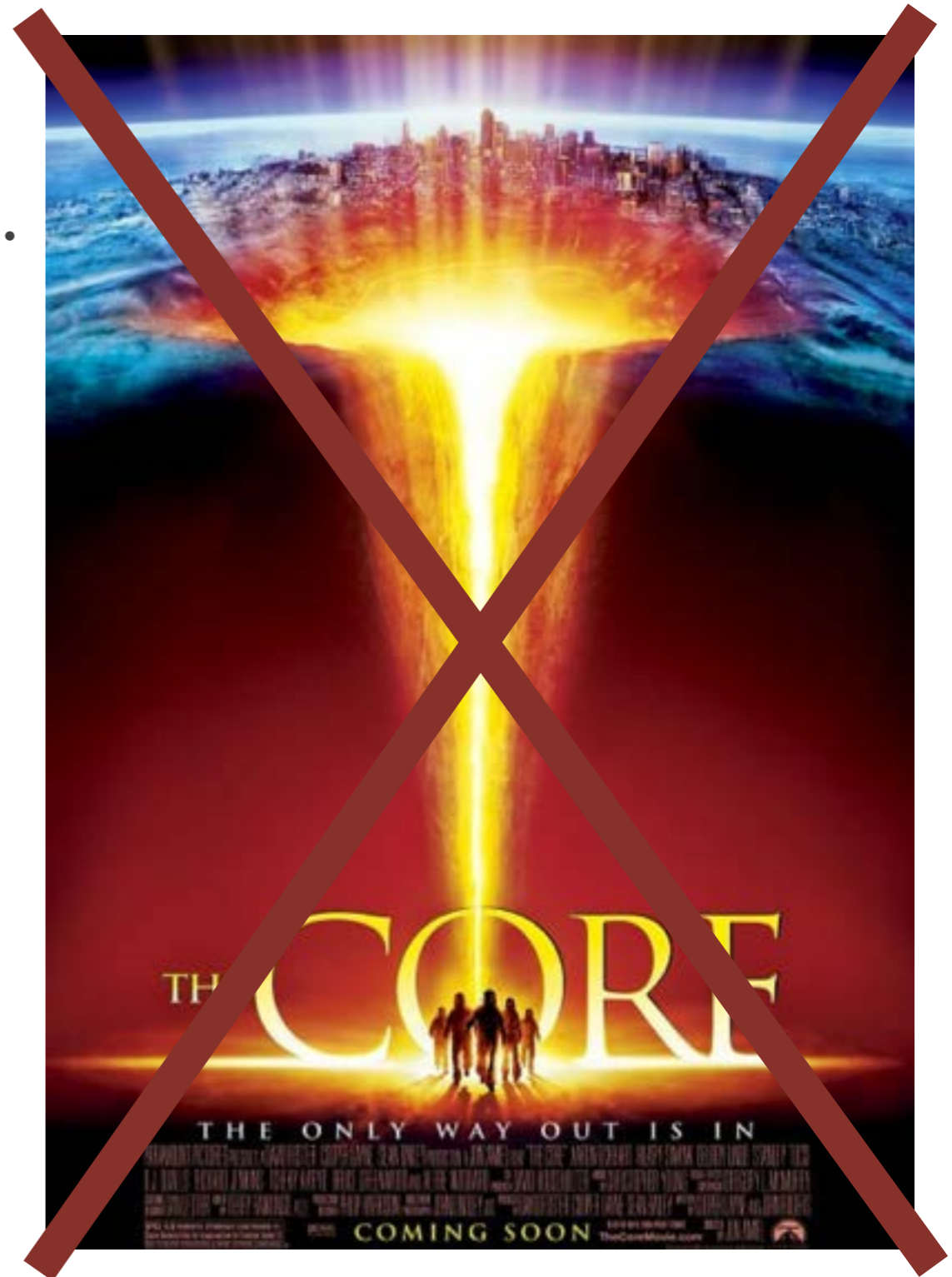




Beren op de weg naar kennis (1)

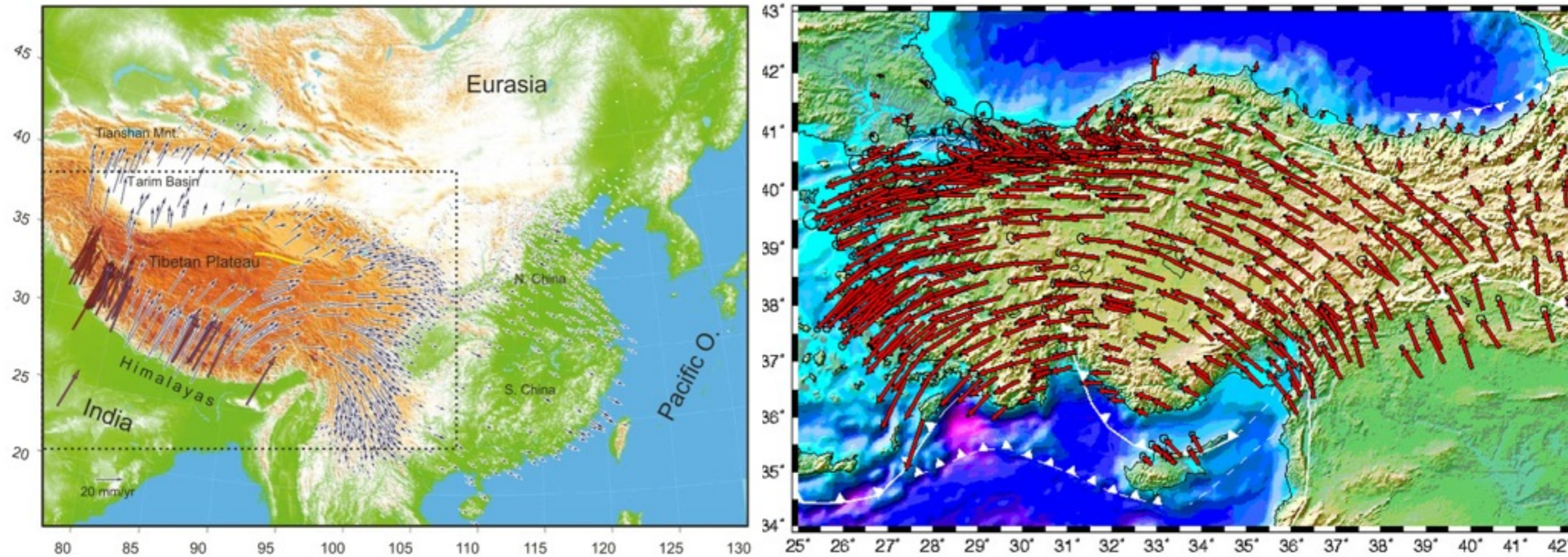
De straal van de Aarde is $\sim 6370\text{km}$.

Het diepste gat ooit gemaakt door mensen is 12.3 km diep, i.e. $\sim 0.2\%$!





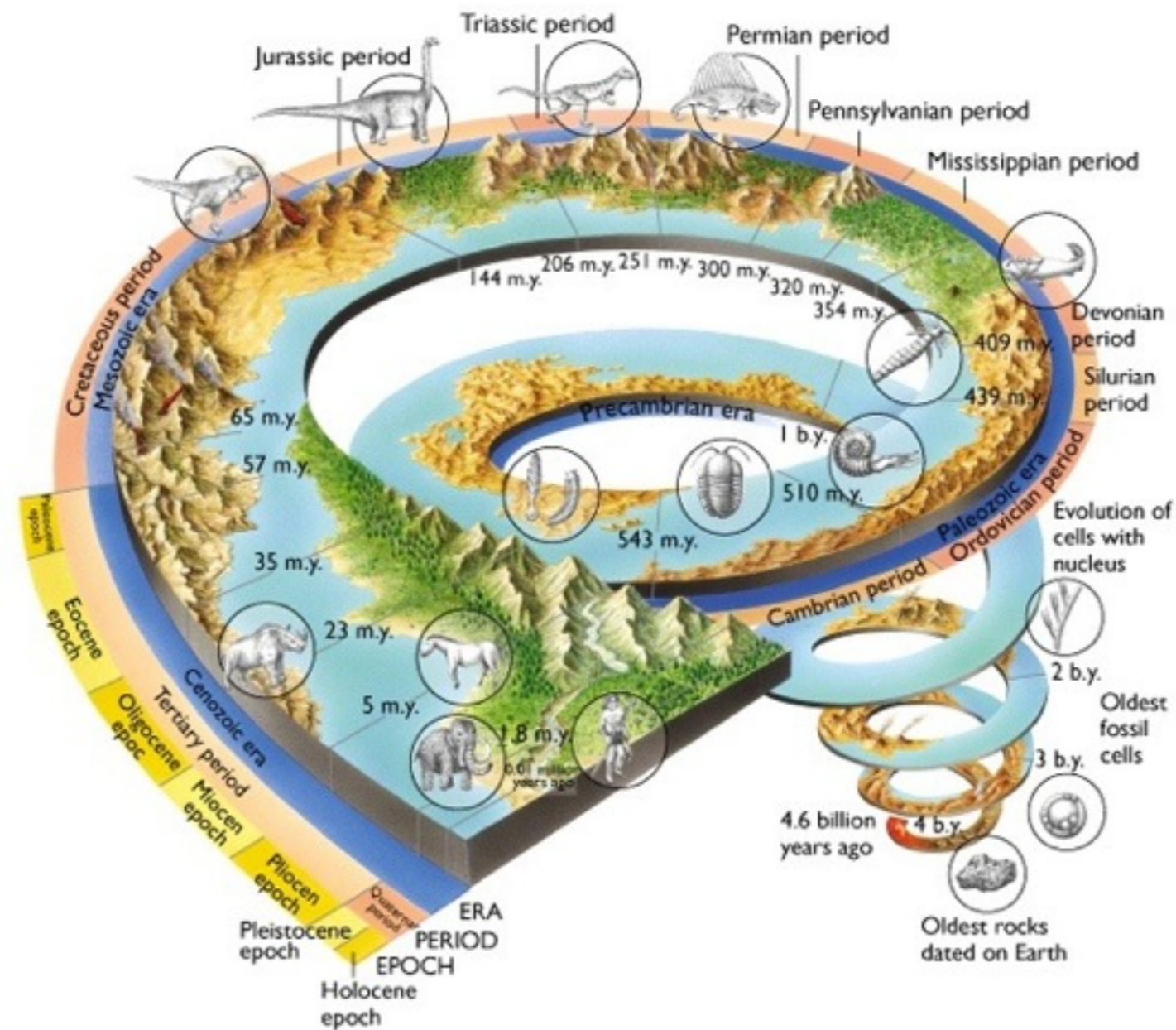
Beren op de weg naar kennis (2)



- Met GPS gemeten snelheden \sim max. 10 cm/jaar
- GPS bestaat pas \sim 30 jaar
- ⇒ max. gemeten beweging \sim 3m



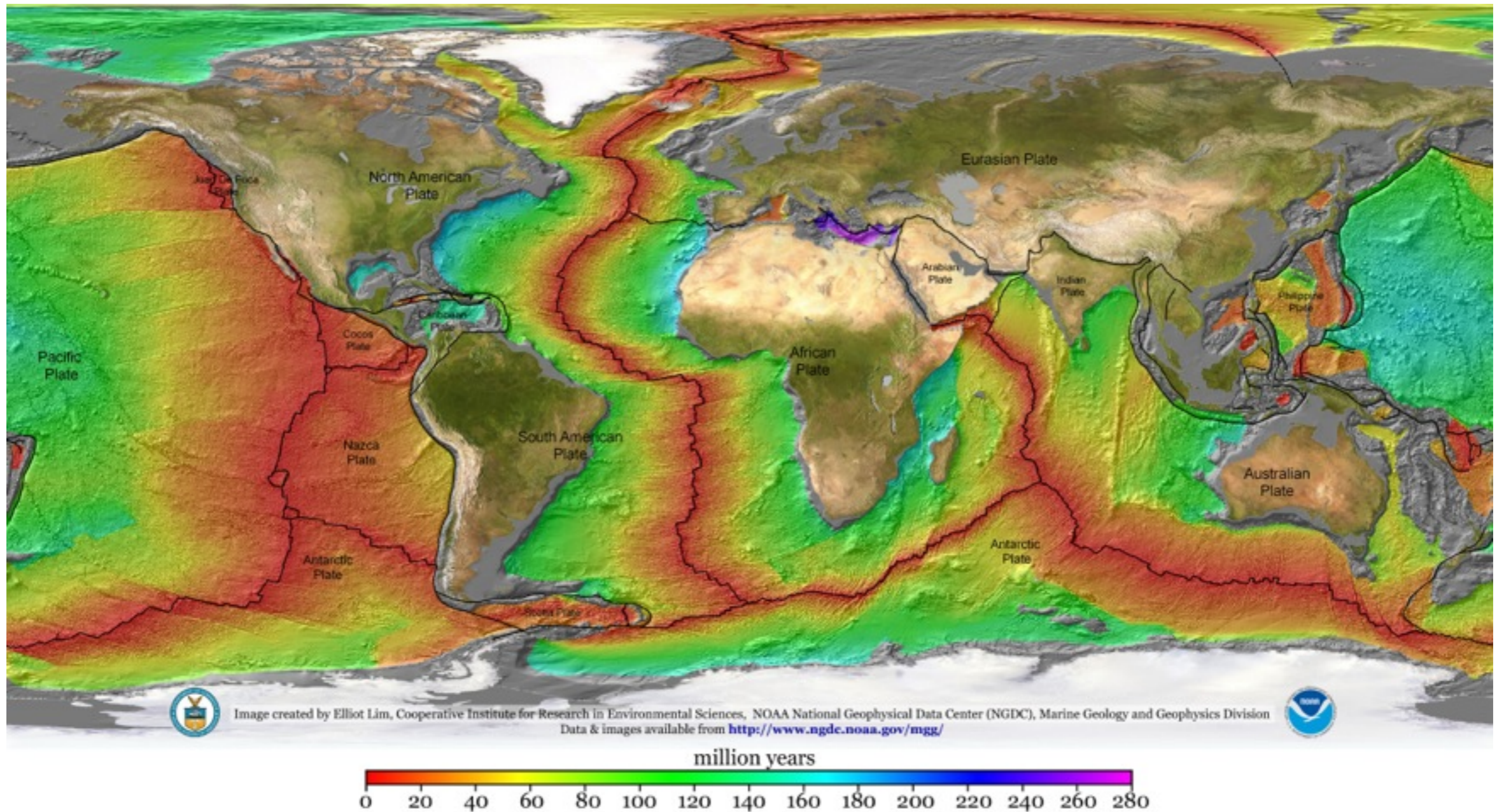
Beren op de weg naar kennis (3)



- De aarde is heel oud (4 650 000 000 jaar)
- De mensheid is ~ 200 000 jaar oud.
- De wetenschap is slechts ~ 3000 jaar oud.



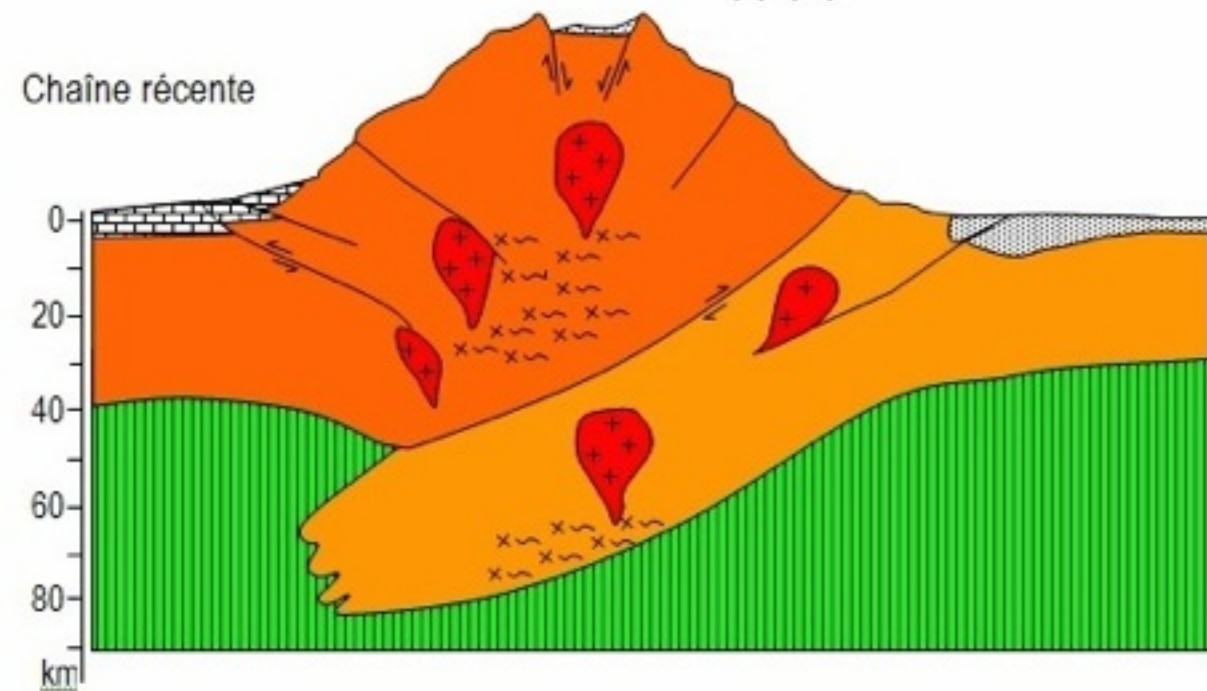
Beren op de weg naar kennis (4)



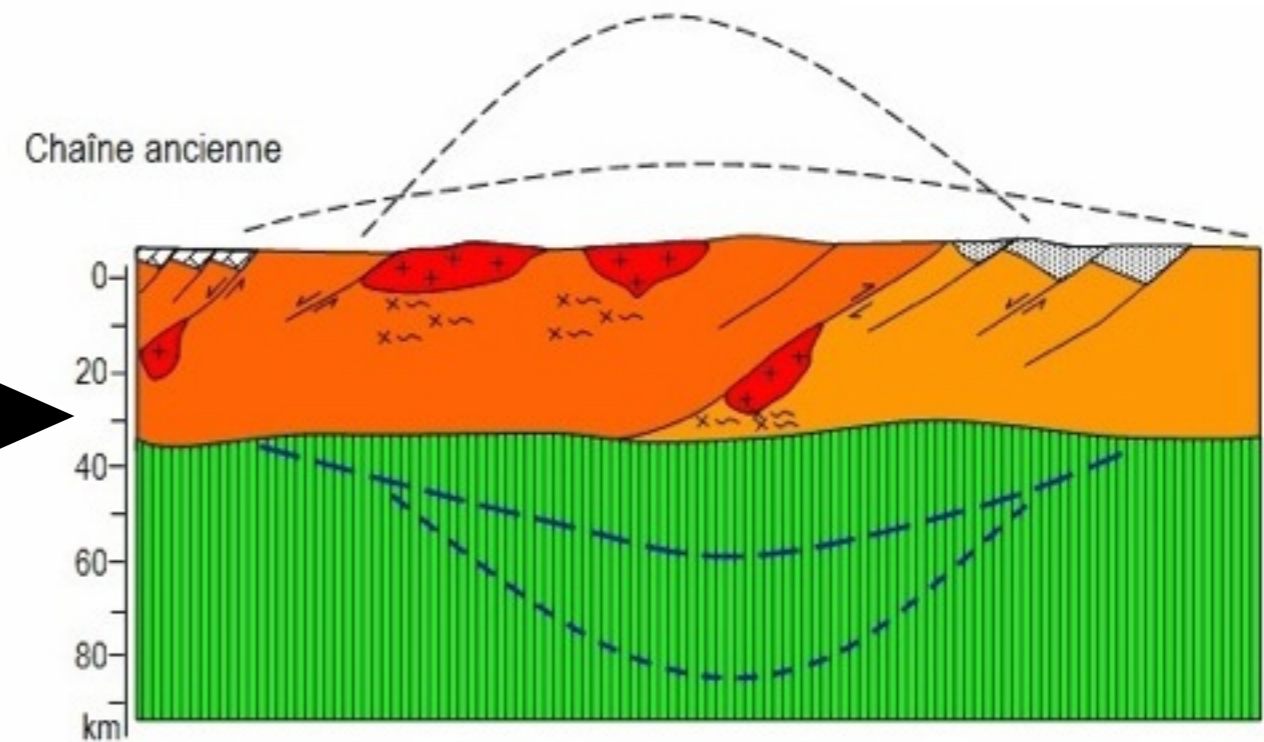
- Door subductie verdwijnen oude platen.
- De oudste oceanische plaat is ~ 250 miljoen jaar



Beren op de weg naar kennis (5)



weinig erosie



veel erosie

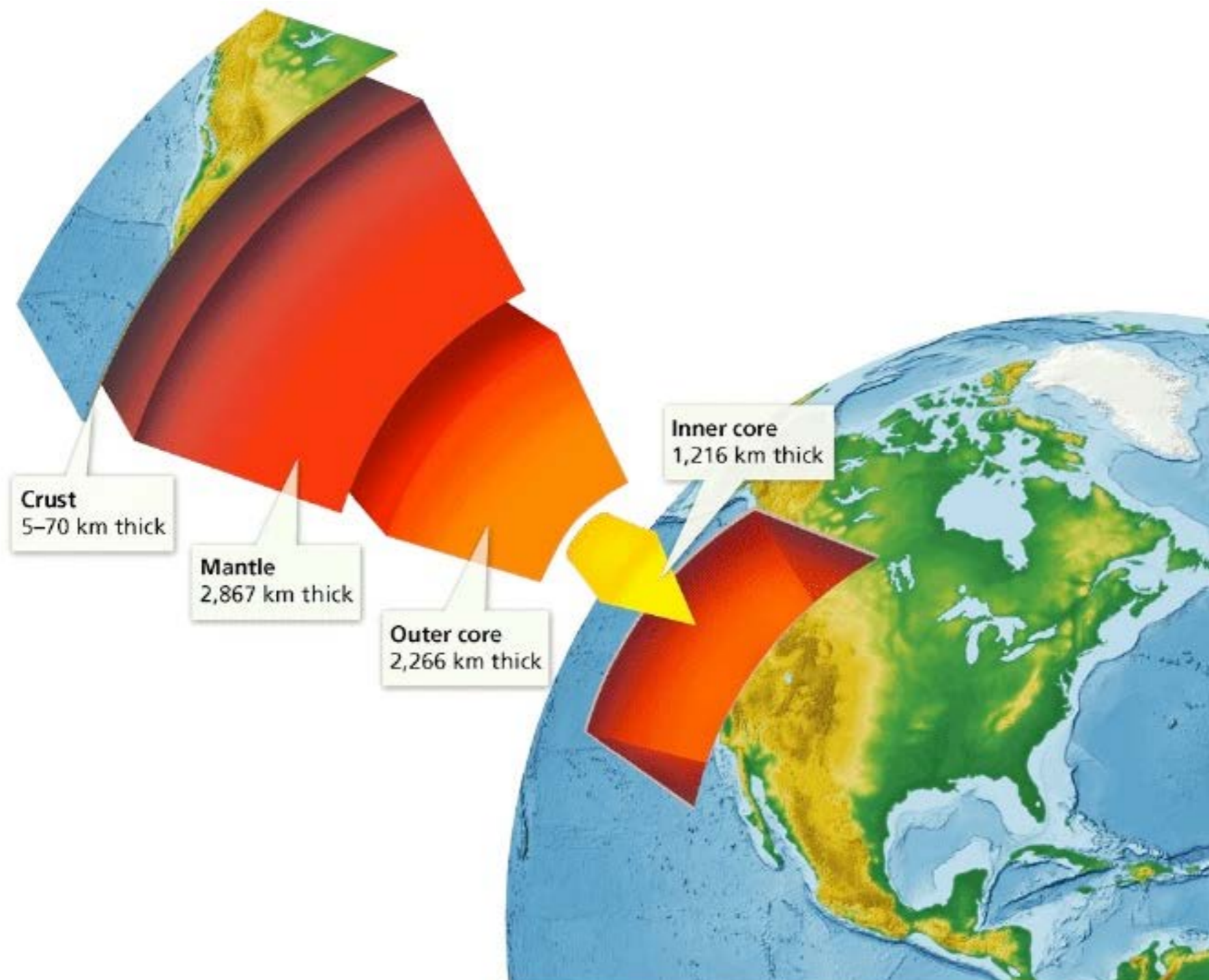
- Erosie & sedimentatie veranderen het landschap.
- Erosiesnelheid $\sim 1\text{cm/yr}$ (bv. Taiwan).



Beren op de weg naar kennis (6)

“Er is maar één land: de aarde”

Floor Wibaut





Numerieke Modellerling

een gereedschap om hypothesen testen

Numerieke modellering

Numerieke wiskunde is het deelgebied van de wiskunde dat in computerprogramma's gebruikt wordt.

In een wetenschappelijke context is een model een vereenvoudigde voorstelling, beschrijving of nabootsing van de werkelijkheid.

Numerieke Modelling

Ik schrijf
computerprogramma's
die gebruikt worden om
de aarde te modelleren



```
code — vim — 105x59
60 call impose_boundary_conditions_stokes(ic,Kel,fel,Gel,hel)
61 call impose_openbc_stokes(ic,fel)
62 call impose_fssa(ic,Kel)
63 case(2,3,4,6,7,8)
64 call impose_boundary_conditions_stokes(ic,Kel,fel,Gel,hel)
65 case(5)
66 call impose_free_slip_cylinder(ic,Kel,fel,Gel,hel)
67 case default
68 stop 'grid_type not implemented in make_matrix_stokes'
69 end select
70
71
72 csrGT%mat(csrGT%ia(ic):csrGT%ia(ic+1)-1)=Gel(:,1)
73
74 if (solving_method==1) then
75 do k1=1,mpe
76 ik=grid%icon(k1,ic)
77 do i1=1,ndofV
78 ikk=ndofV*(k1-1)+i1
79 m1=ndofV*(ik-1)+i1
80 do k2=1,mpe
81 do i2=1,ndofV
82 jkk=ndofV*(k2-1)+i2
83 if (jkk>=ikk) then
84 counter_mumps=counter_mumps+1
85 idV%A_ELt(counter_mumps)=Kel(ikk,jkk)
86 end if
87 end do
88 end do
89 rhs_f(m1,1)=rhs_f(m1,1)+fel(ikk)
90 end do
91 end do
92 end if
93
94 if (solving_method==2) then
95 do k1=1,mpe
96 ik=grid%icon(k1,ic)
97 do i1=1,ndofV
98 ikk=ndofV*(k1-1)+i1
99 m1=ndofV*(ik-1)+i1
100 do k2=1,mpe
101 jk=grid%icon(k2,ic)
102 do i2=1,ndofV
103 jkk=ndofV*(k2-1)+i2
104 m2=ndofV*(jk-1)+i2
105 ! ikk,jkk local integer coordinates in the elemental matrix
106 do k=csrK%ia(m1),csrK%ia(m1+1)-1
107 if (csrK%ja(k)==m2) then
108 csrK%mat(k)=csrK%mat(k)+Kel(ikk,jkk)
109 end if
110 end do
111 end do
112 end do
113 rhs_f(m1,1)=rhs_f(m1,1)+fel(ikk)
114 end do
115 end do
116 end if
117
```

Numerieke Modelling

$$1 \text{ apple} + 1 \text{ tomato} + 1 \text{ lemon} = 4\text{€}$$

Numerieke Modelling

$$1 \text{ apple} + 1 \text{ tomato} + 1 \text{ lemon} = 4\text{€}$$

$$2 \text{ apples} + 3 \text{ tomatoes} + 1 \text{ lemon} = 7\text{€}$$

Numerieke Modelling

$$1 \text{ apple} + 1 \text{ tomato} + 1 \text{ lemon} = 4\text{€}$$

$$2 \text{ apple} + 3 \text{ tomato} + 1 \text{ lemon} = 7\text{€}$$

$$2 \text{ apple} + 4 \text{ tomato} + 3 \text{ lemon} = 6\text{€}$$

Numerieke Modelling

$$1 X + 1 Y + 1 Z = 4\text{€}$$

$$2 X + 3 Y + 1 Z = 7\text{€}$$

$$2 X + 4 Y + 3 Z = 6\text{€}$$

Numerieke Modelling

$$1 X + 1 Y + 1 Z = 4\text{€}$$

$$2 X + 3 Y + 1 Z = 7\text{€}$$

$$2 X + 4 Y + 3 Z = 6\text{€}$$

Numerieke Modelling

$$1 X + 1 Y + 1 Z = 4\text{€}$$

$$2 X + 3 Y + 1 Z = 7\text{€}$$

$$2 X + 4 Y + 3 Z = 6\text{€}$$

Numerieke Modelling

$$1 X + 1 Y + 1 Z = 4\text{€}$$

$$2 X + 3 Y + 1 Z = 7\text{€}$$

$$2 X + 4 Y + 3 Z = 6\text{€}$$

Numerieke Modelling

$$1 X + 1 Y + 1 Z = 4\text{€}$$

$$2 X + 3 Y + 1 Z = 7\text{€}$$

$$2 X + 4 Y + 3 Z = 6\text{€}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Numerieke Modelling

Matrix



onbekenden



$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Numerieke Modelling

Matrix grootte = $N \times N$
Aantal onbekenden = N

Matrix



onbekenden



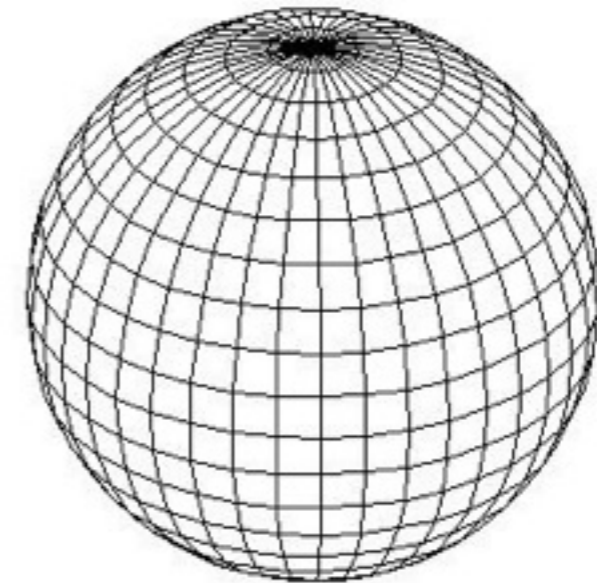
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Numerieke Modelling

Realiteit

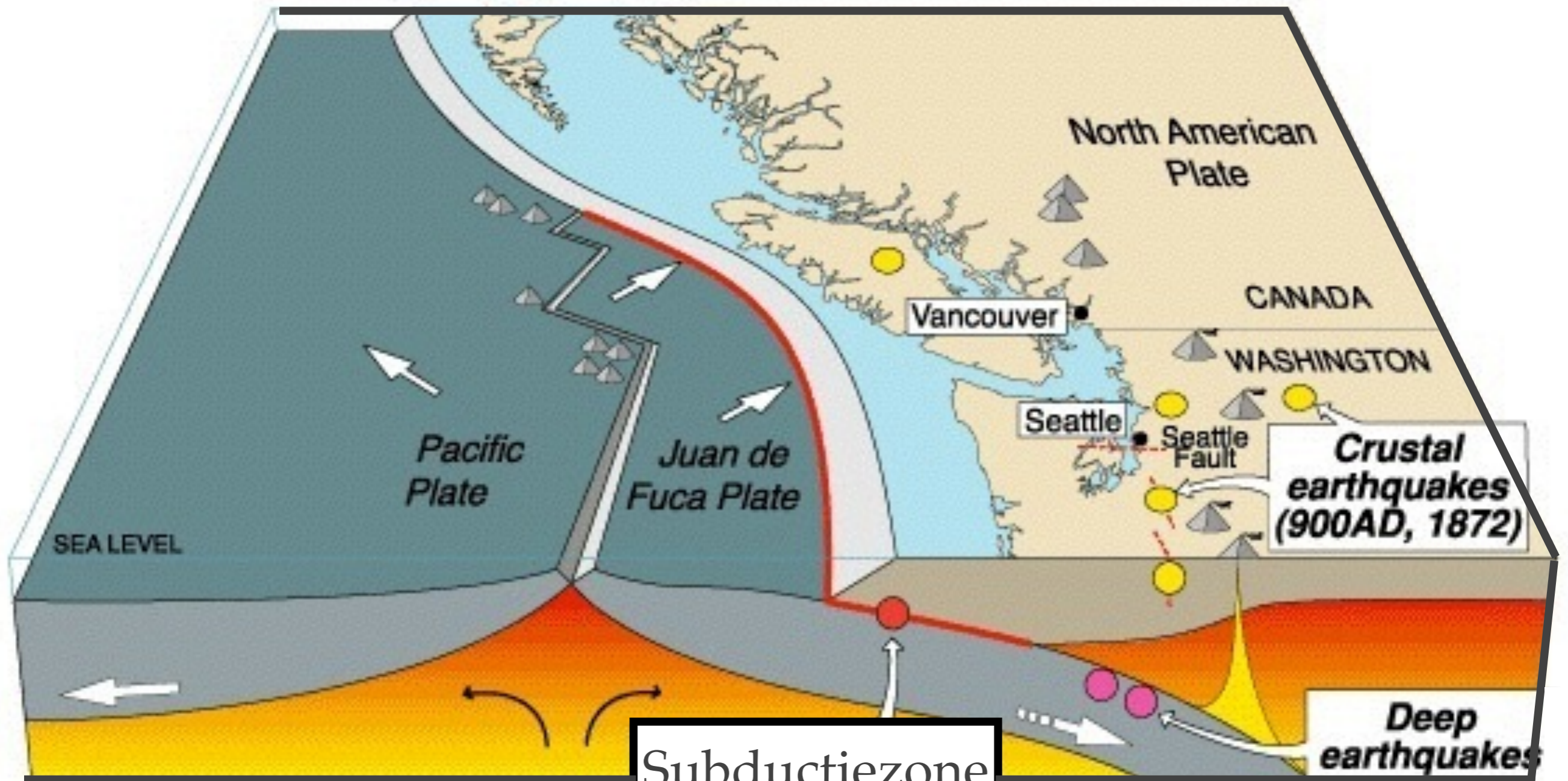


Computerwereld



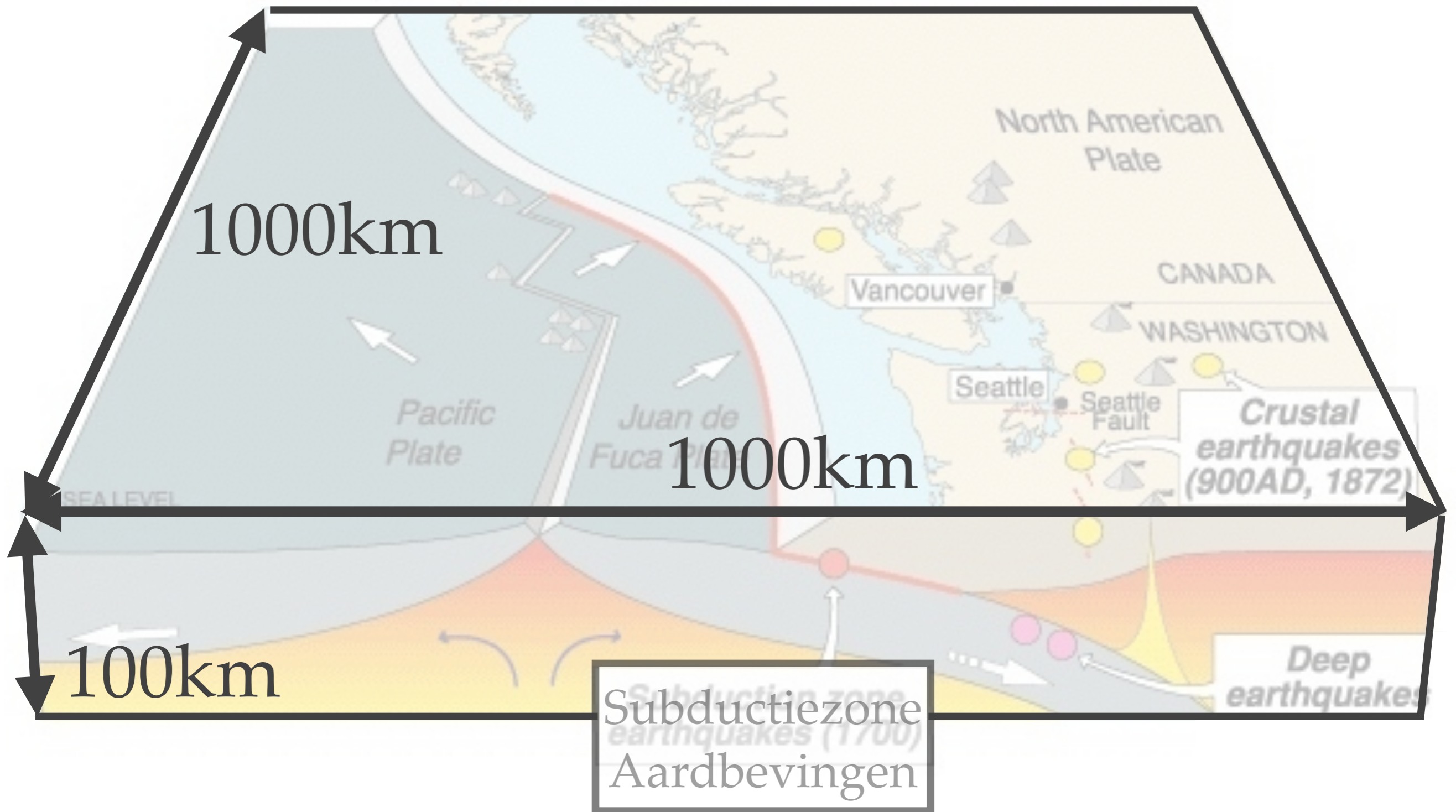
Aantal onbekenden
= aantal roosterpunten

Numerieke Modelling



Subductiezone
Aardbevingen

Numerieke Modelling



Numerieke Modelling

- gewenste resolutie $\sim 1 \times 1 \times 1 \text{ km}$
 - rooster telt $1000 \times 1000 \times 100$ 'pixels'
 - 100 miljoen onbekenden
 - matrix = 100 miljoen \times 100 miljoen
 - $10^{16} = 10000000000000000000$ getallen
 - 1 getal \leftrightarrow 8 bytes geheugen
-
- oplossing: minimaal 10^{16} operaties
 - gemiddelde snelheid van een processor $\sim 10^{10}$ operaties/sec
 - 1 miljoen seconden



krachtige computers wanted !!!

Numerieke Modelling / HPC

High Performance Computing



#2 in de wereld !

- 552,960 processoren
- 700 000 Gbytes geheugen
- 17.6 petaflops = 17 600 000 000 000 000 000 operaties/seconde

Numerieke Modelling / HPC

- elektriciteitsconsumptie -> \$3.5 miljoen per jaar
- geproduceerde warmte -> verwarming voor een stad
- gebruikt door
 - google, facebook, ...
 - oliemaatschappijen
 - het KNMI
 - het leger
 - wetenschappers



Google

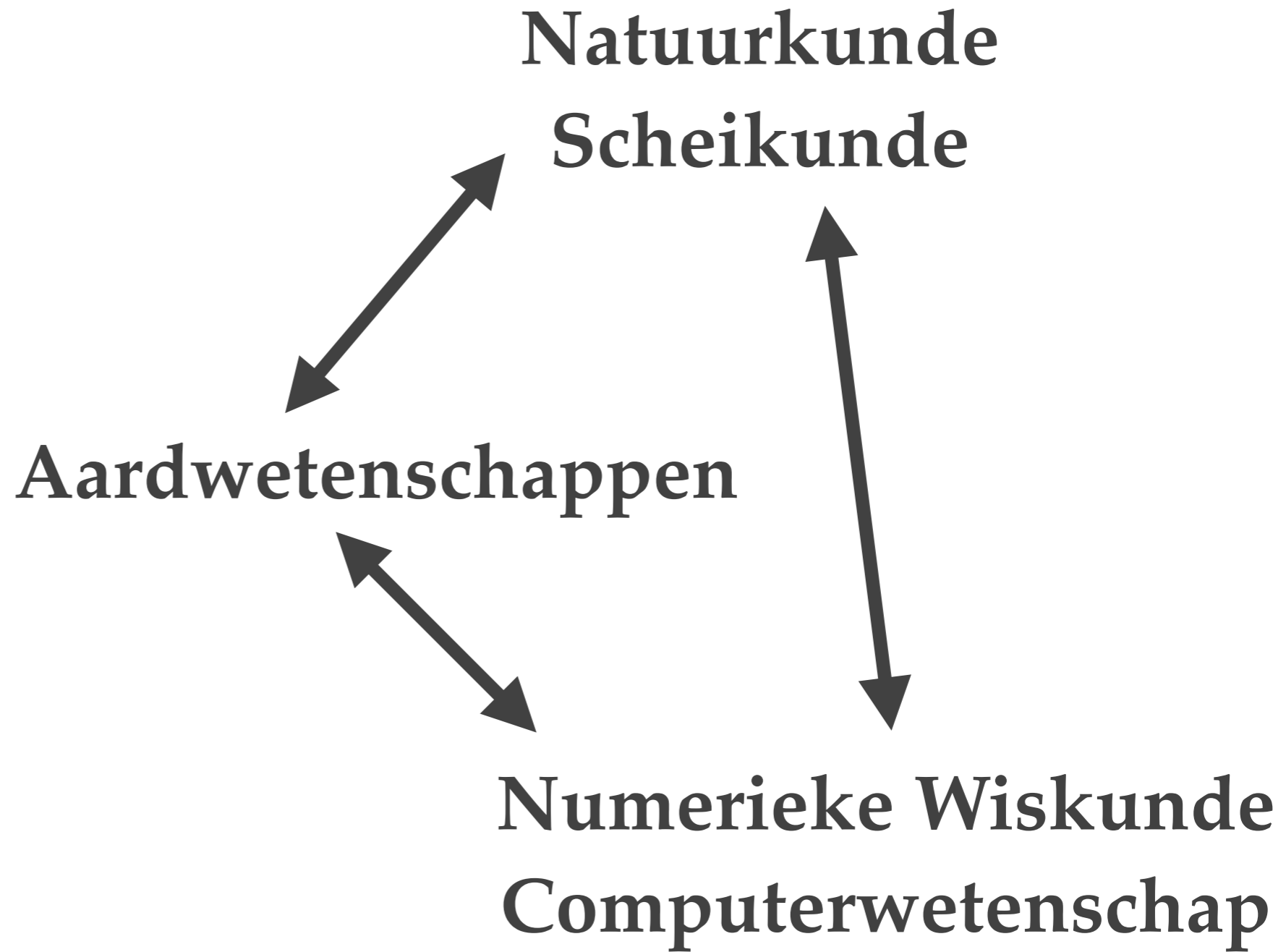




Numerieke Geodynamica

Numerieke geodynamica

oceanografie,
atmosfeer evolutie,
geochemie
geofysica
geobiologie
paleontologie
seismologie
geografie
geomorfologie
...



Numerieke geodynamica

Stokes Vergelijkingen

$$\nabla \cdot \sigma + \rho g = 0$$

$\forall t$

$$\nabla \cdot v = 0$$

wet van behoud van impuls

wet van behoud van massa

<https://youtu.be/X4zd4Qpsbs8>

Omkeerbaar →

Numerieke geodynamica

Warmtetransport vergelijking

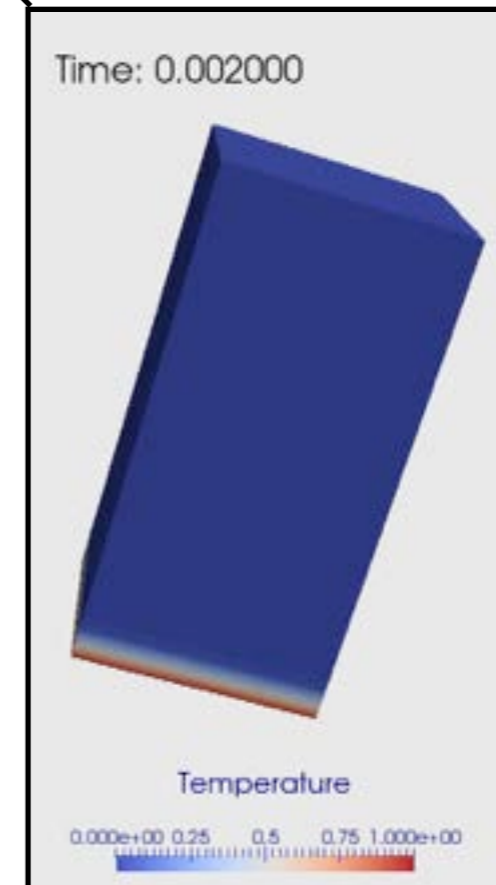
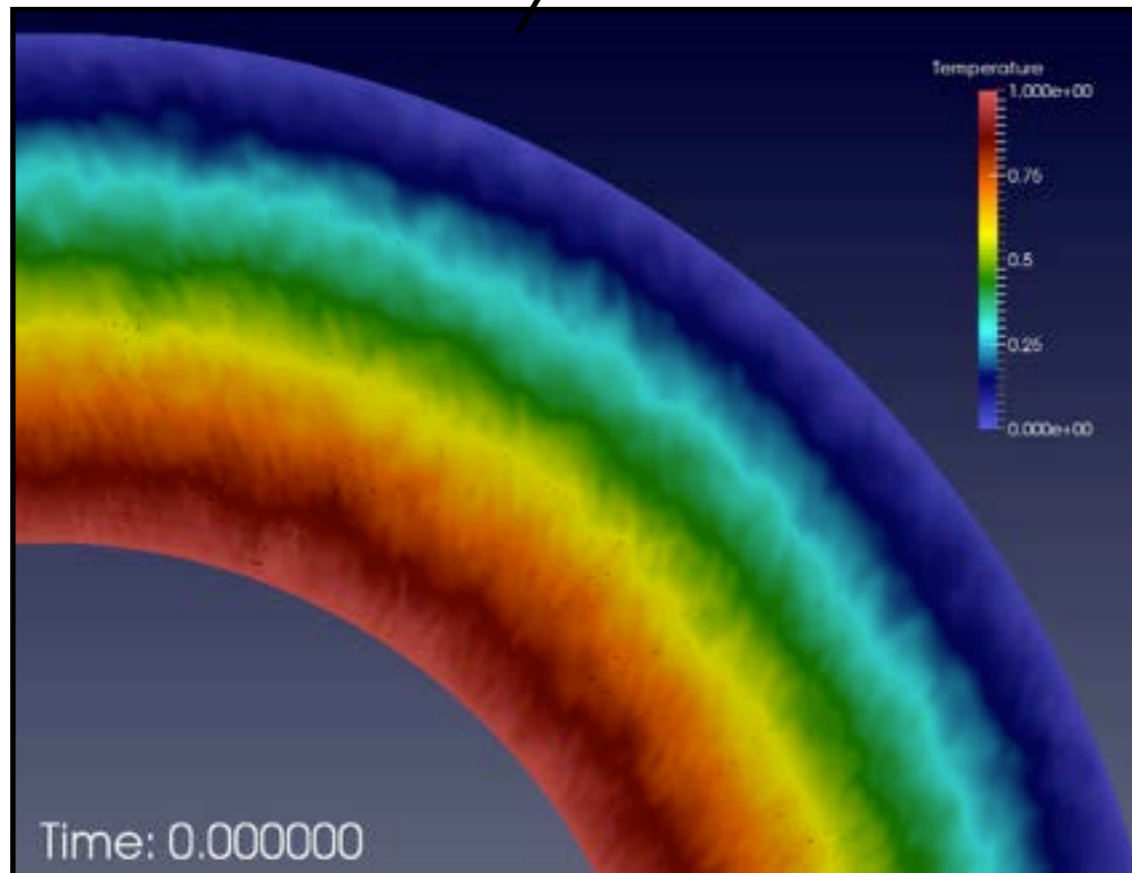
$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + H$$

geheugen

advectie/
convectie

conductie/
diffusie

bron(nen)



Numerieke geodynamica

Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
“randvoorwaarden”

Geometrie & temperatuur
op $t=0$

$$\begin{aligned}\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \nabla T \right) &= \nabla \cdot (k \nabla T) + H \\ \nabla \cdot \sigma + \rho g &= 0 \\ \nabla \cdot v &= 0\end{aligned}$$

onbekenden zijn:

- snelheid (v)
- druk (p)
- temperatuur (T)

3 vergelijkingen, 3 onbekenden



Numerieke geodynamica

Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
“randvoorwaarden”

Geometrie & temperatuur
op $t=0$

Numerieke geodynamica

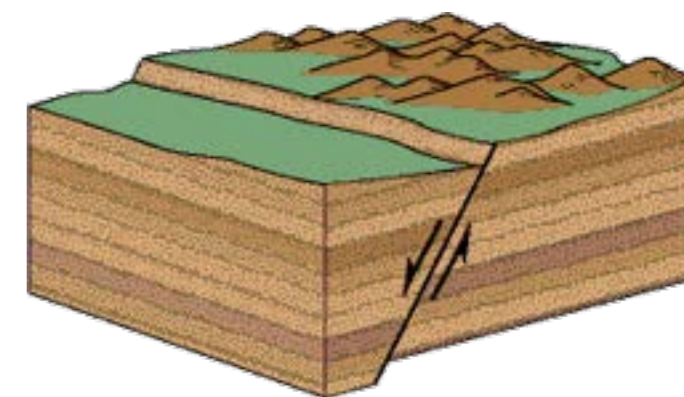
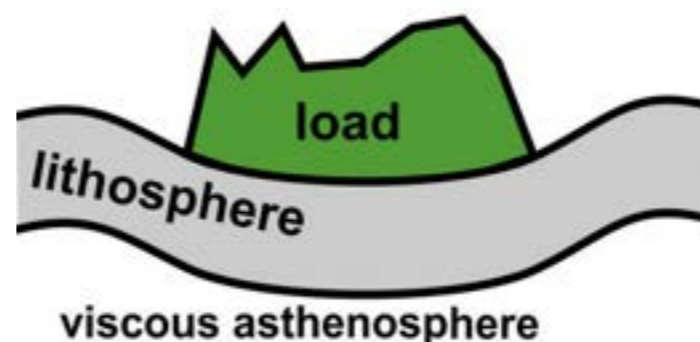
Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
“randvoorwaarden”

Geometrie & temperatuur
op $t=0$

spanning-deformatie(snelheid) relatie
-> **Elasto-Visco-Plastisch** gedrag



Numerieke geodynamica

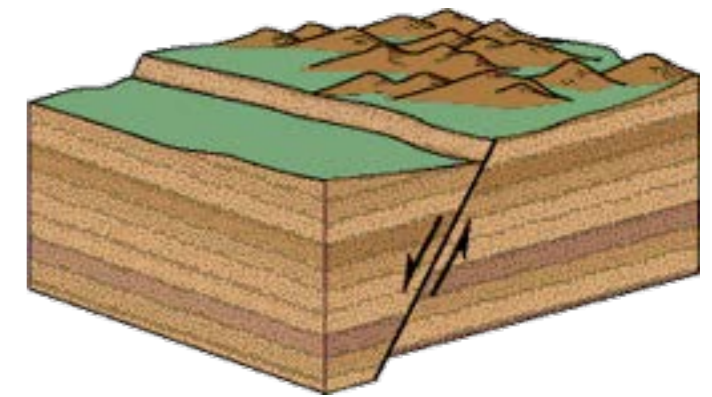
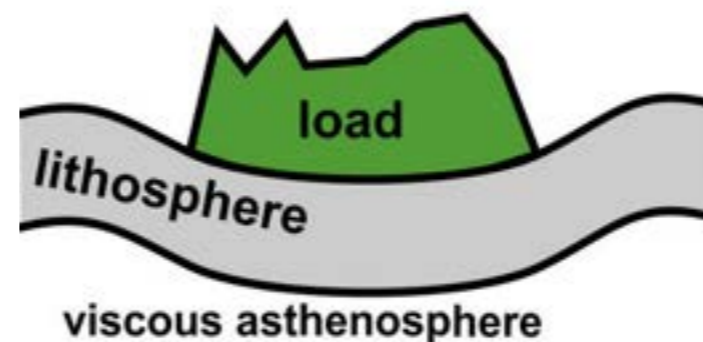
Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
“randvoorwaarden”

Geometrie & temperatuur
op $t=0$

spanning-deformatie(snelheid) relatie
-> **Elasto-Visco-Plastisch** gedrag



+
Dichtheid (ρ)
Schuifmodulus (μ)
Cohesie, frictiehoek (c, ϕ)
Thermische expansie (α)
Warmtecapaciteit (c_p)
warmteconductiviteit (k)
warmtebronnen (H)

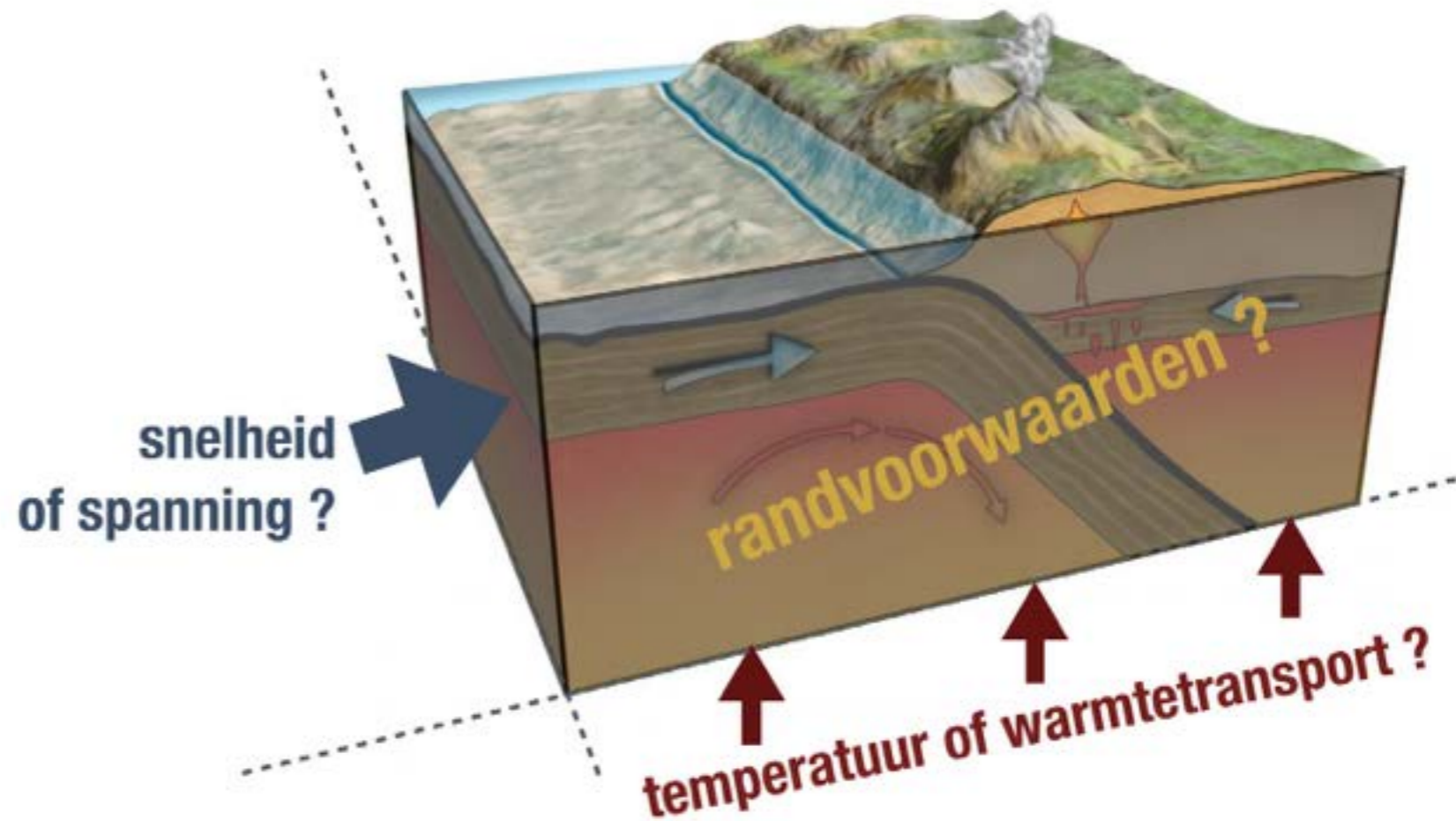
Numerieke geodynamica

Stokes Equations
+
Heat equation

Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
"randvoorwaarden"

Geometrie & temperatuur
op $t=0$



type?
magnitude?
duur?

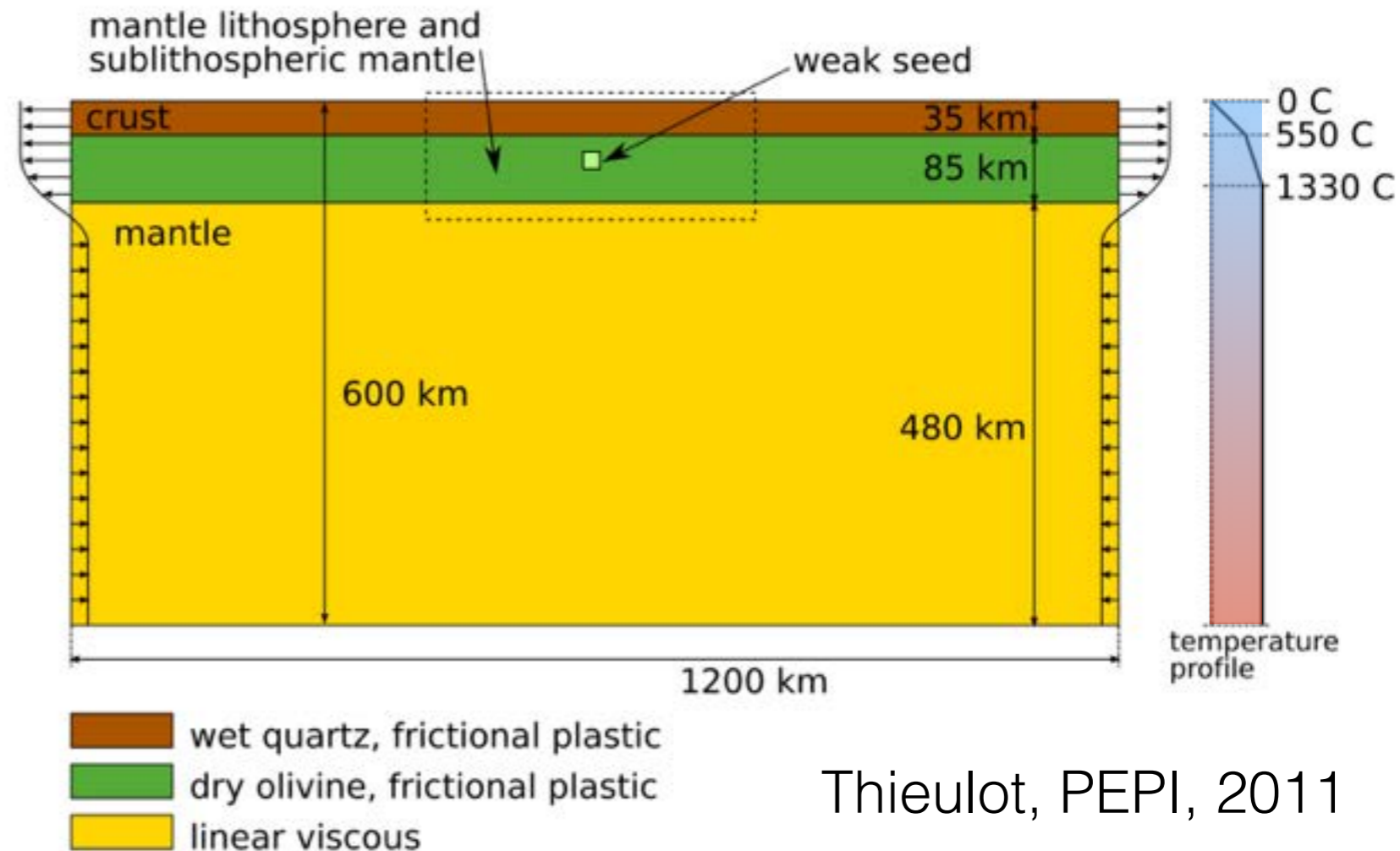
Numerieke geodynamica

Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
“randvoorwaarden”

Geometrie & temperatuur
op $t=0$



Thieulot, PEPI, 2011

Numerieke geodynamica

Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
“randvoorwaarden”

Geometrie & temperatuur
op $t=0$

Numerieke geodynamica

Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
“randvoorwaarden”

Geometrie & temperatuur
op $t=0$

Numerieke geodynamica

Het
probleem
heeft een unieke
oplossing

Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

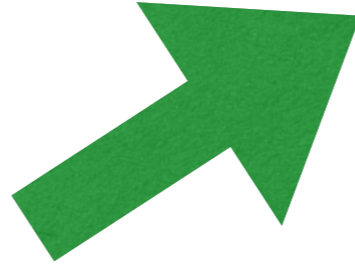
Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
“randvoorwaarden”

Geometrie & temperatuur
op $t=0$

Numerieke geodynamica

Het
probleem
heeft een unieke
oplossing



Numerieke Methoden

+



Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

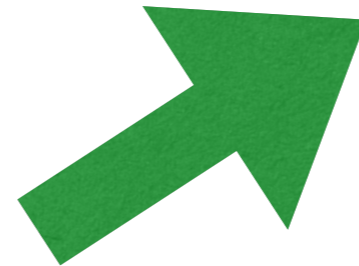
Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

Wiskundige
“randvoorwaarden”

Geometrie & temperatuur
op $t=0$

Numerieke geodynamica

Het
probleem
heeft een unieke
oplossing



Numerieke Methoden

+

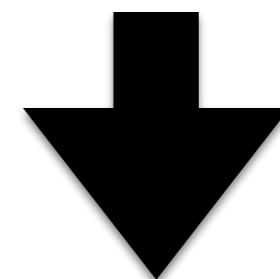


Stokes vergelijkingen
+
Warmtetr. vergelijking

Materiaalmodel
&
Materiaaleigenschappen

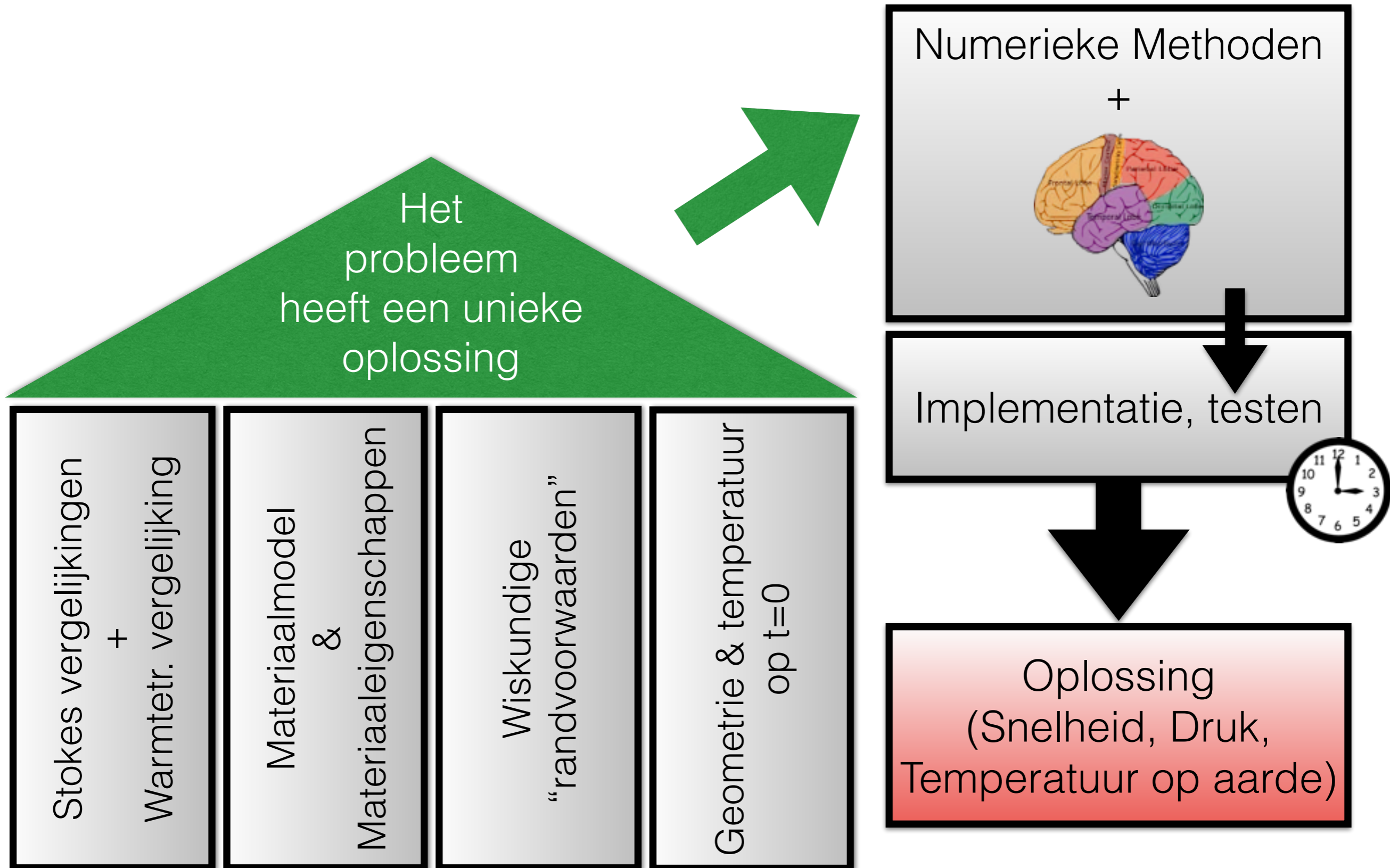
Wiskundige
"randvoorwaarden"

Geometrie & temperatuur
op $t=0$



Oplossing
(Snelheid, Druk,
Temperatuur op aarde)

Numerieke geodynamica



Numerieke geodynamica

Numerieke methodes ~ methodes om vergelijkingen met computers op te lossen

Veel methodes:

- Finite Difference Method(s) - FDM
- Finite Volume Method(s) - FVM
- Smooth Particle Hydrodynamics - SPH
- Element Free Galerkin Method(s) - EFGM
- Spectral Method(s)
- Finite Element Method(s) - FEM

Numerieke geodynamica

Numerieke methodes ~ methodes om vergelijkingen met computers op te lossen

Veel methodes:

- Finite Difference Method(s) - FDM
- Finite Volume Method(s) - FVM
- Smooth Particle Hydrodynamics - SPH
- Element Free Galerkin Method(s) - EFGM
- Spectral Method(s)
- Finite Element Method(s) - **FEM**

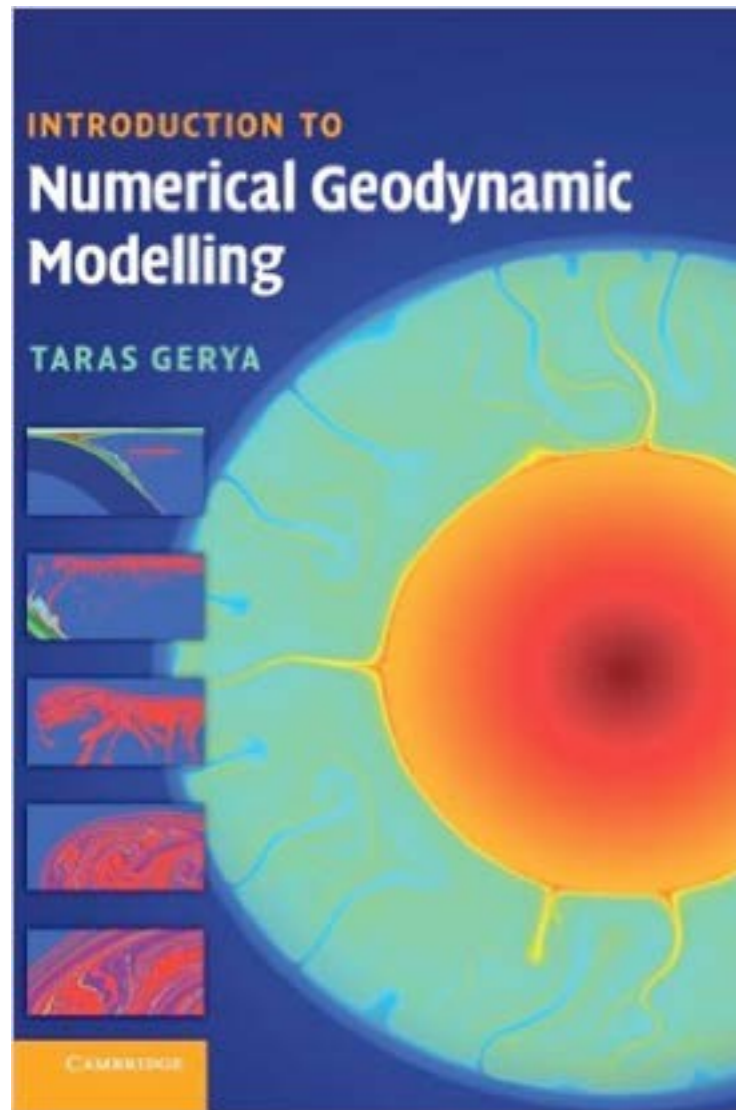


Eindige-elementenmethode

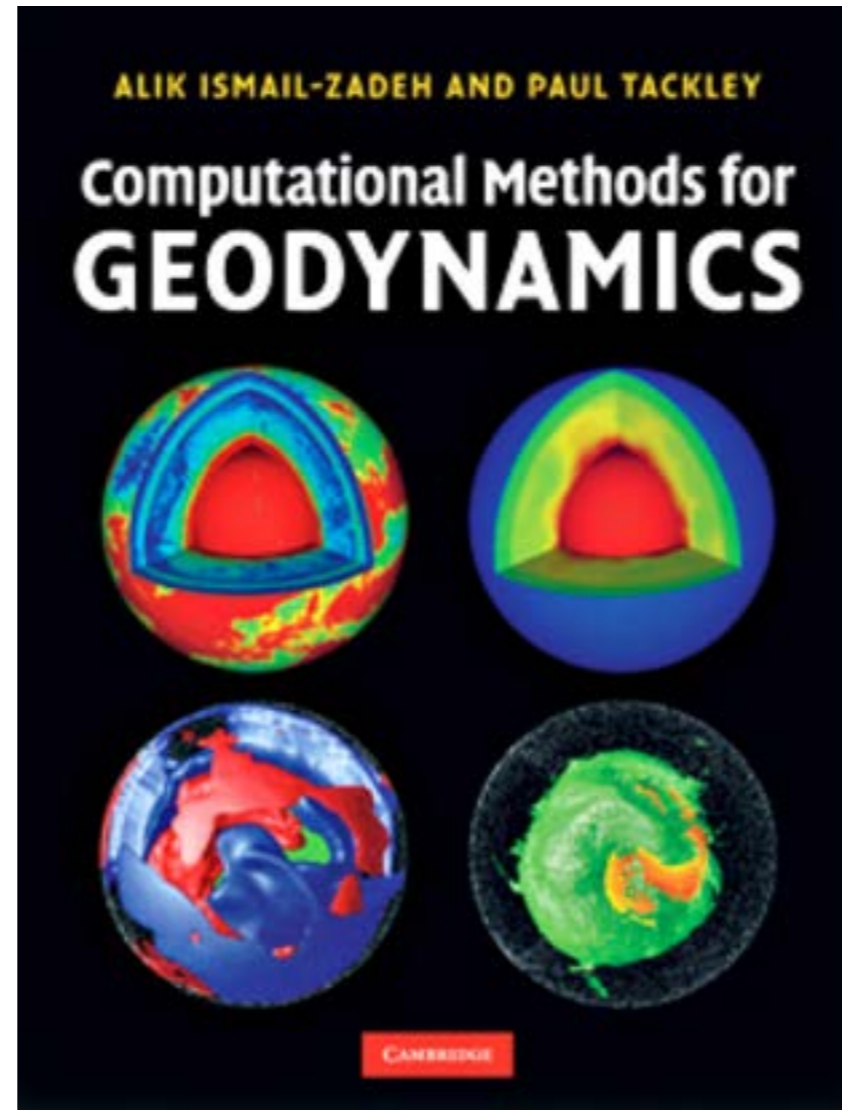


Numerieke geodynamica

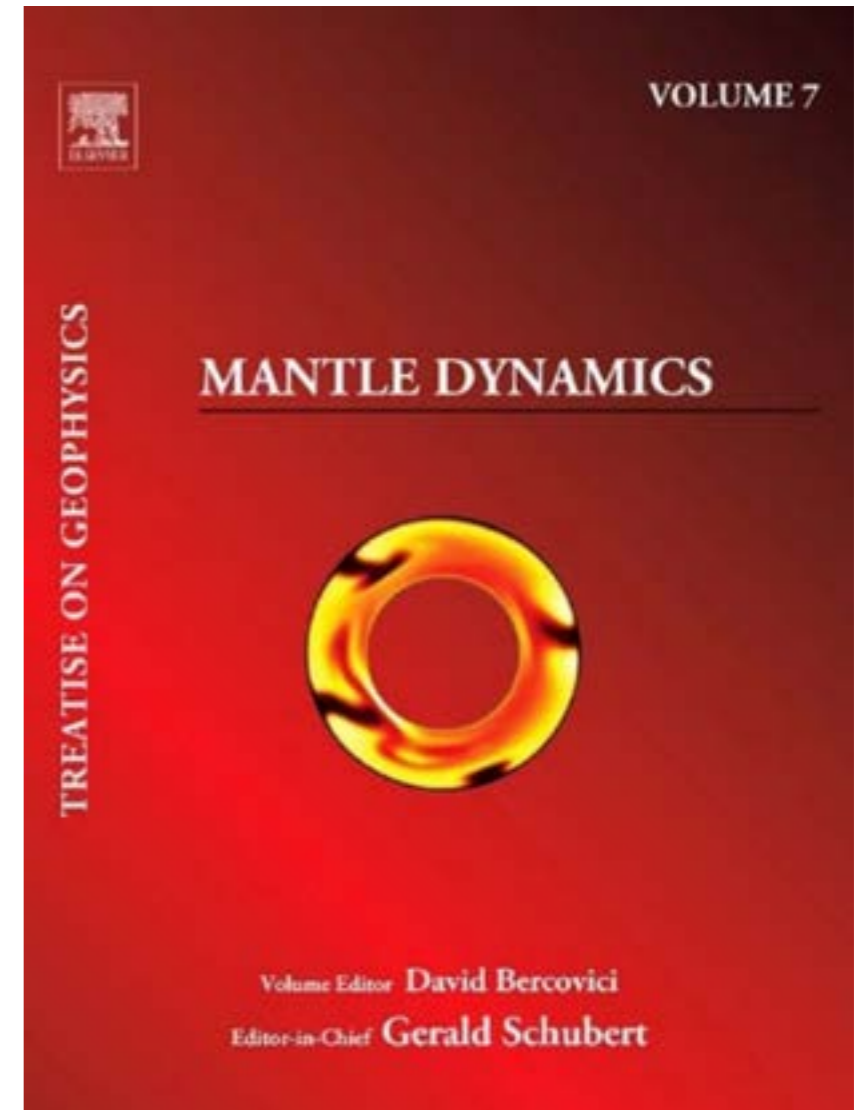
Welke numerieke methode voor mijn probleem ?



(359p., 2010)



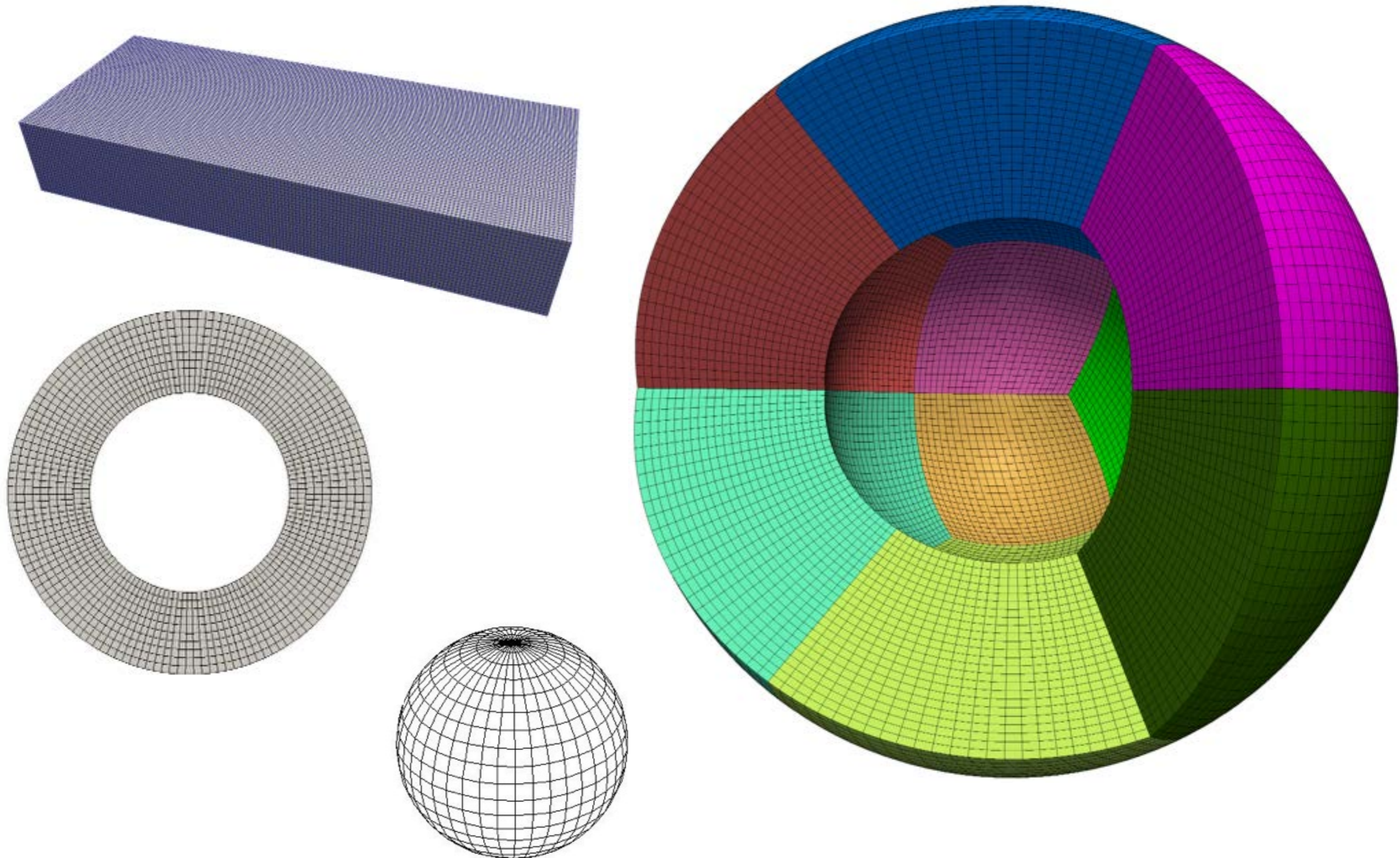
(313p., 2010)



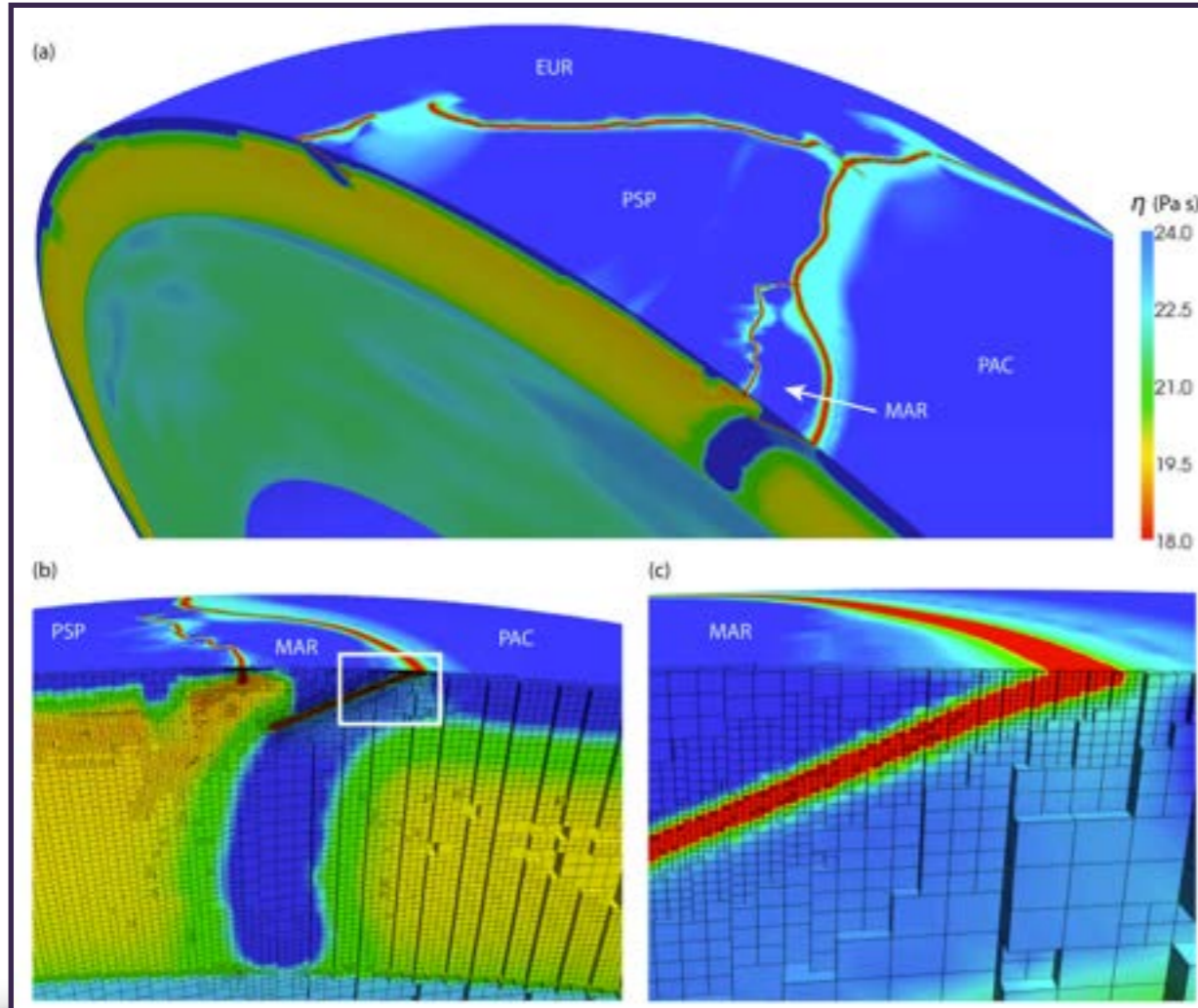
(500p., 2009)

Numerieke geodynamica

Roosters



Numerieke geodynamica



Alisic et al. (JGR, 2012)
Stadler et al. (Science, 2010)

1.2 miljard onbekenden
minimum 5000 procs.
dagen rekentijd
1 model
+ miljoenen €

**High
Performance
Computing**

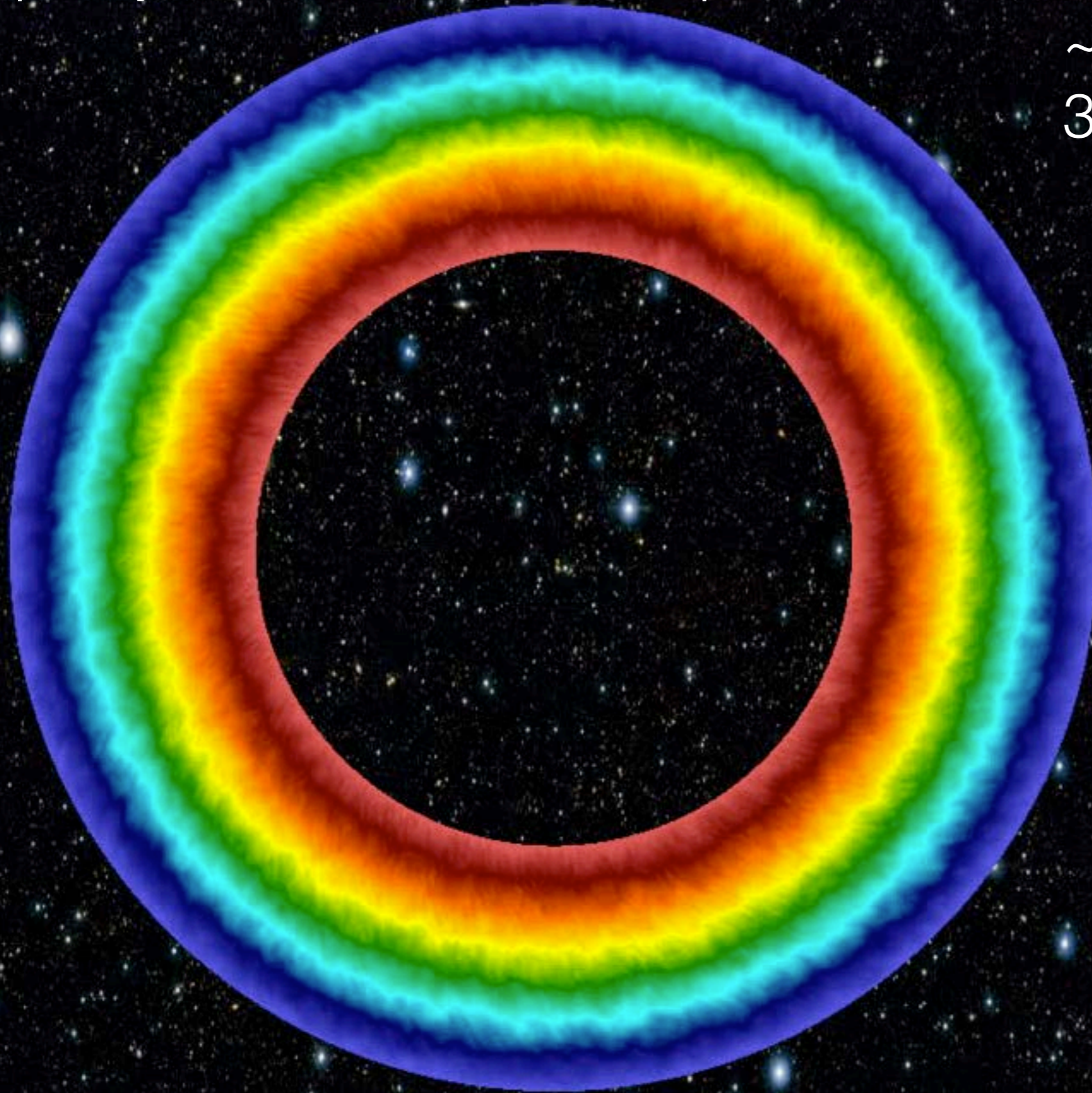
We present weak and strong scalability results on the Vulcan and Sequoia BG/Q supercomputers from 1 rack with **16,384 cores** up to 96 racks with **1,572,864 cores**. Scalability measurements corresponding to 1, 2, and 4 racks were obtained on Vulcan, whereas the remaining runs on 8–96 racks were performed on Sequoia.

Rudi et al. (ACM, 2015)

Toepassingen

<https://youtu.be/zWvuJtx1Np0>

Laptop (1 processor)
~50,000 onbekende
32uur rekentijd

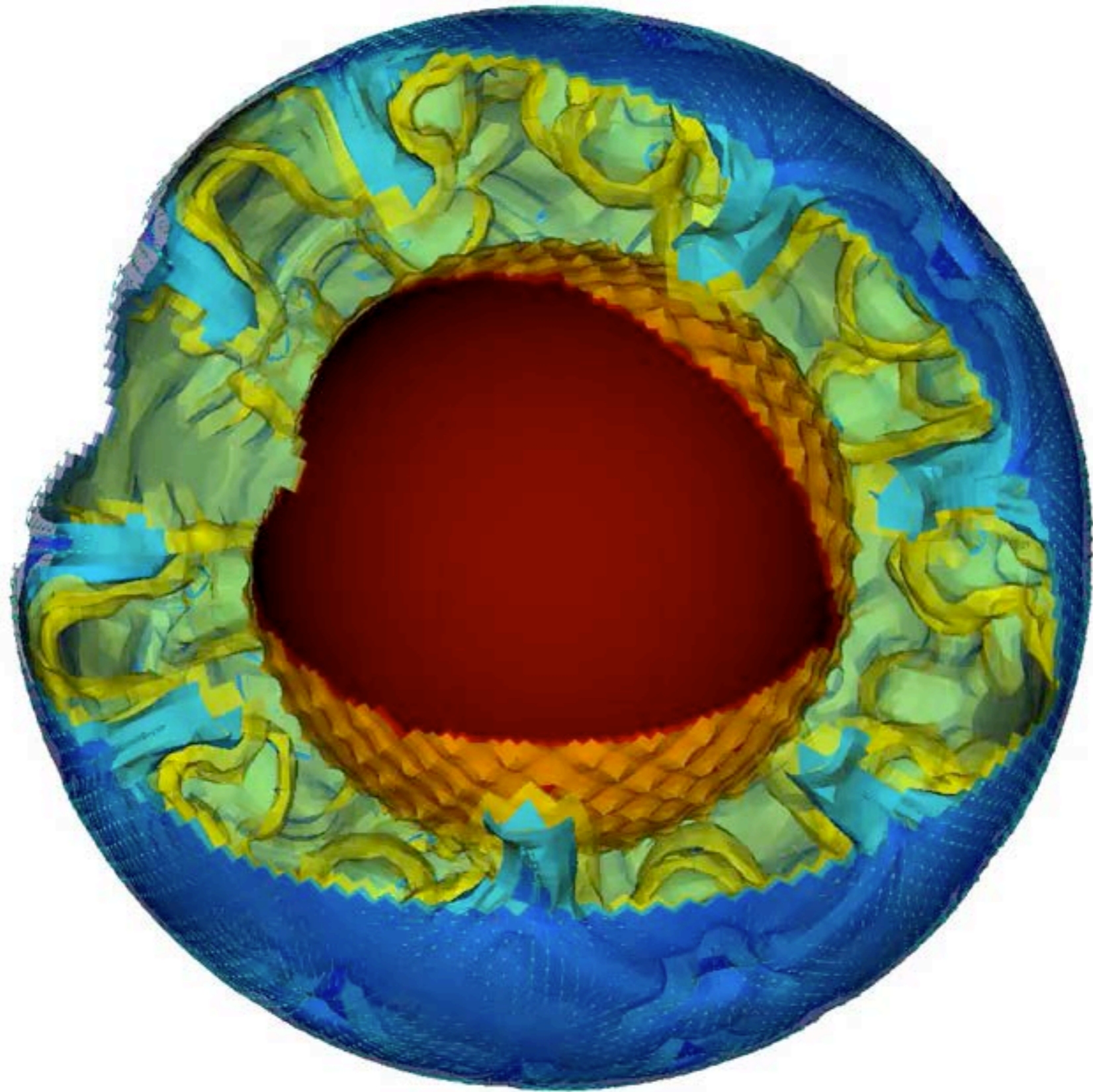


Temperature



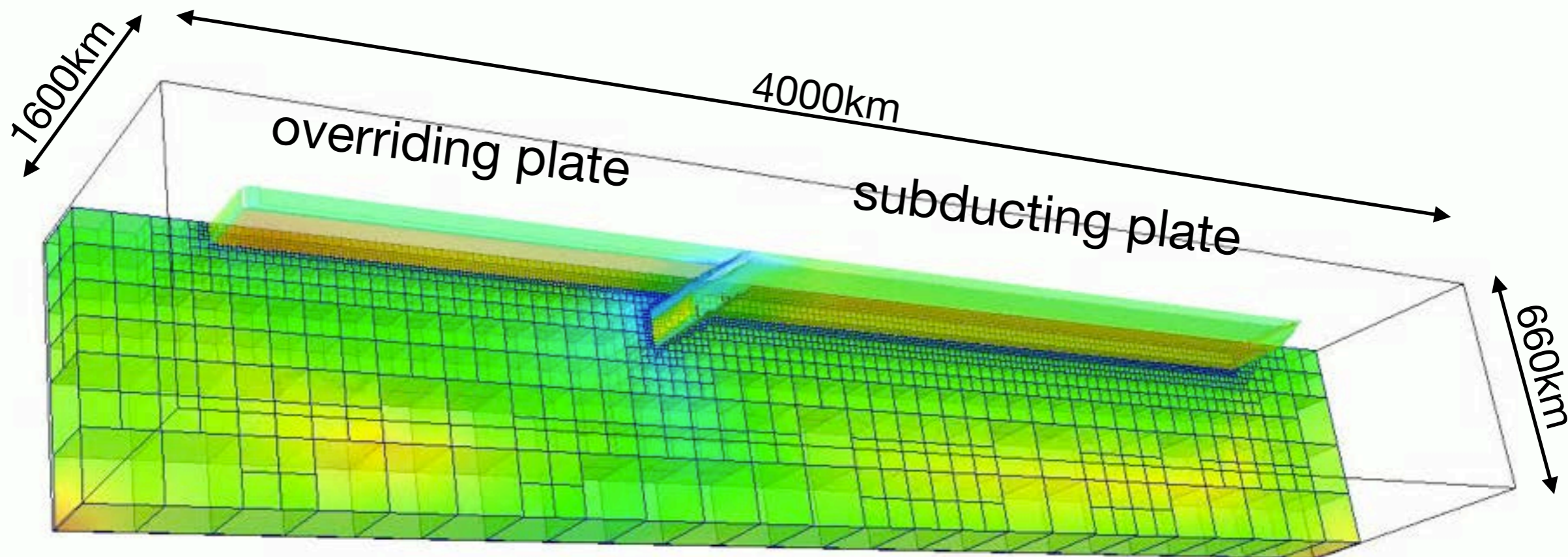
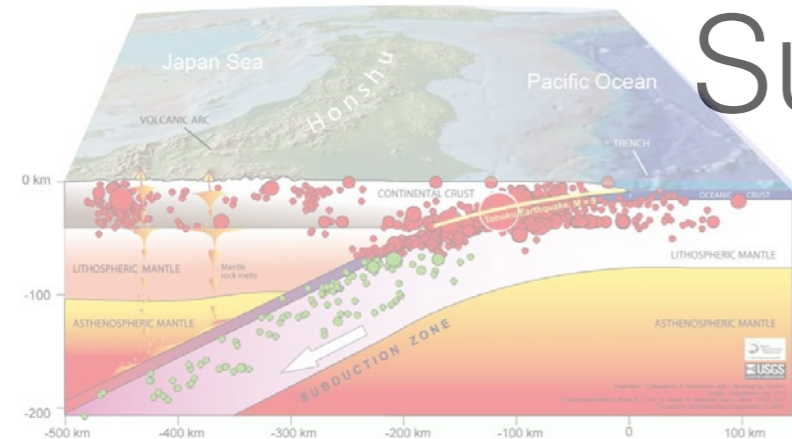
Time: 0.000000

<https://youtu.be/j63MkEc0RRw>



75 miljoen onbekenden, 24uur op 1200 processoren

Subductie modellering

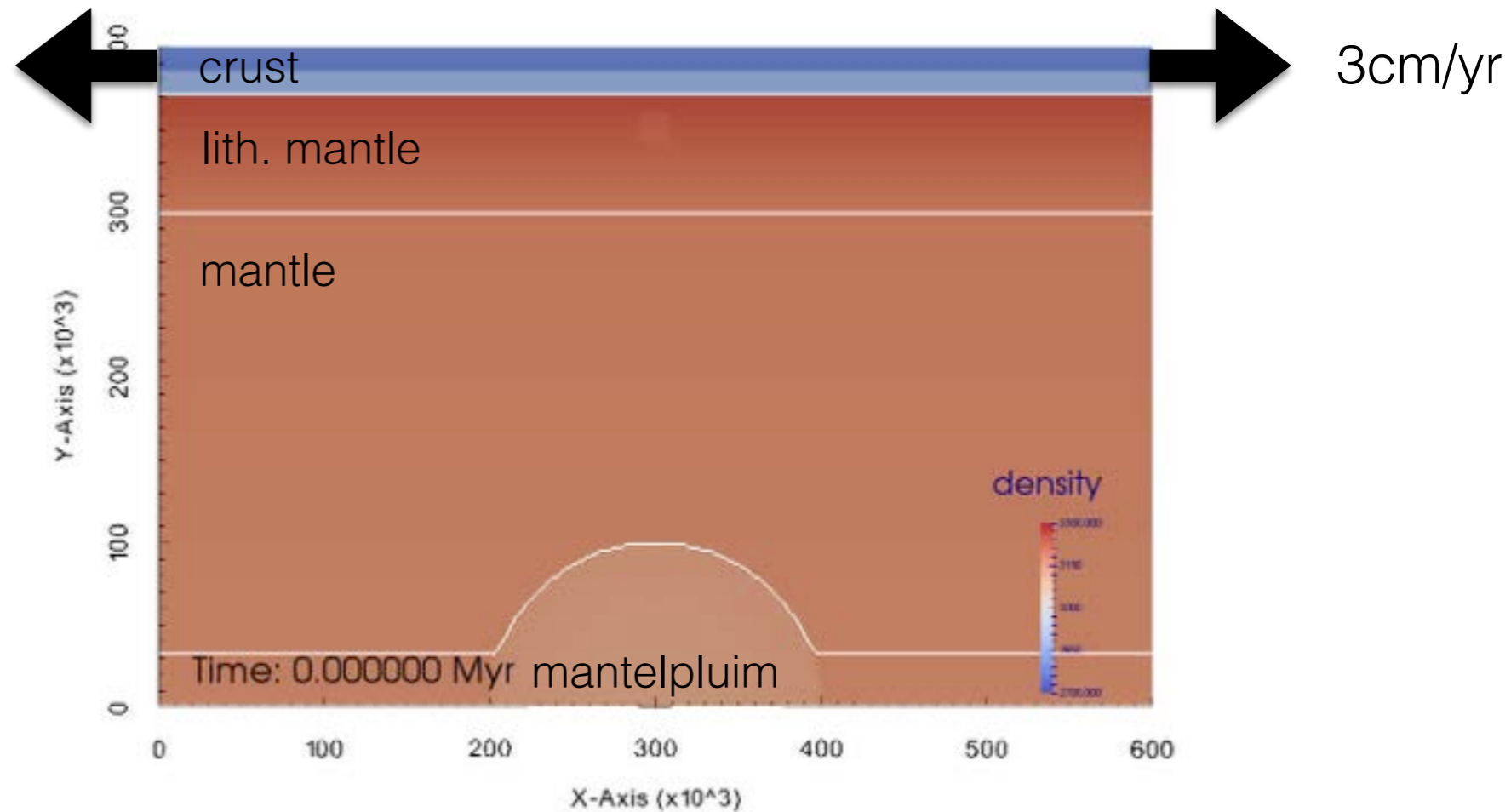
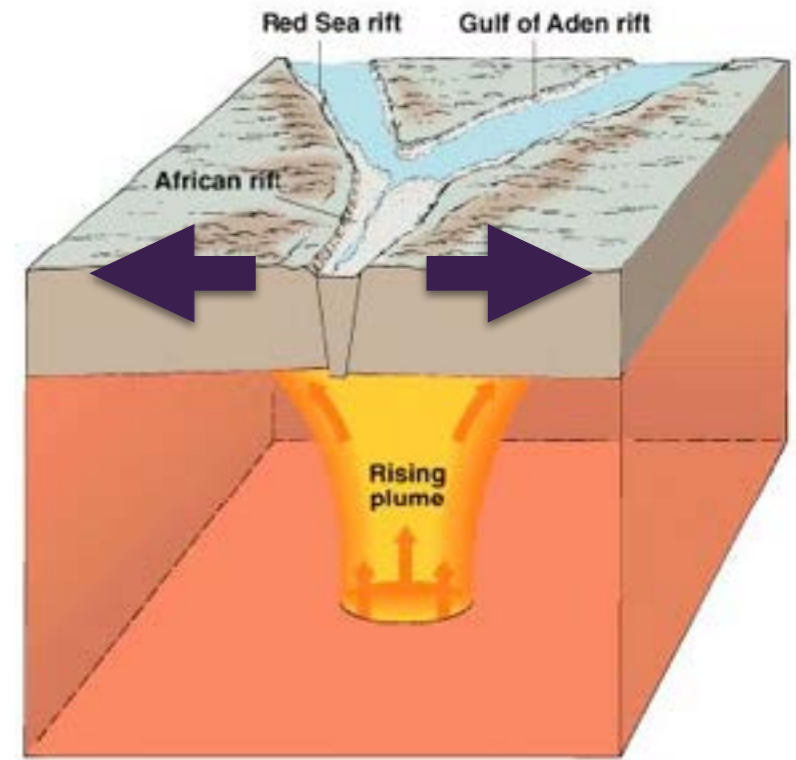
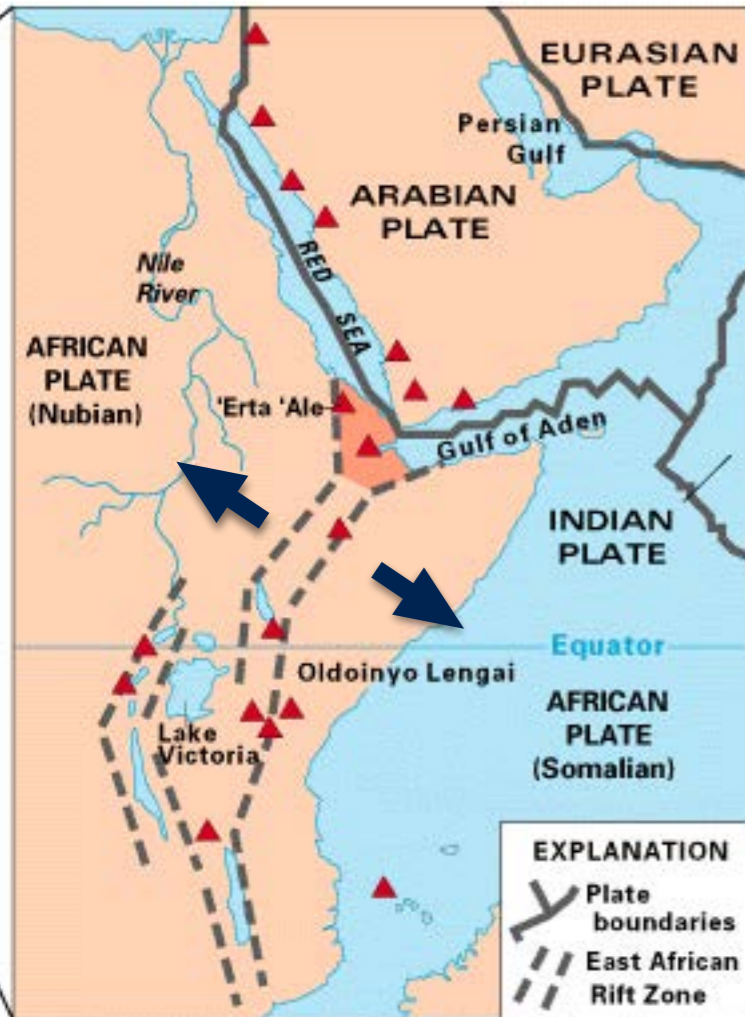


ASPECT

Strain rate field

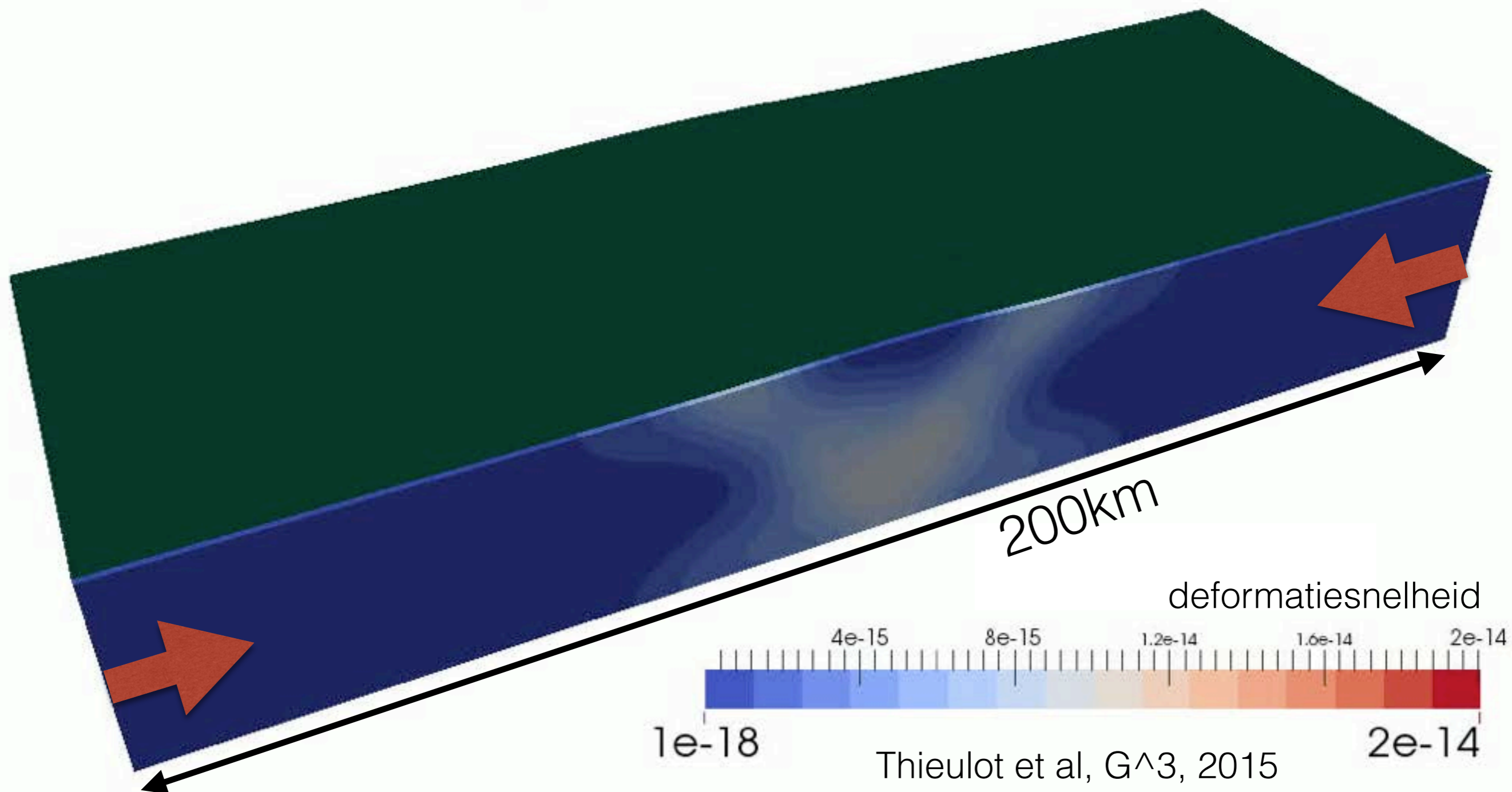
Time: 0.00 My

Extensie in noord-oost Africa

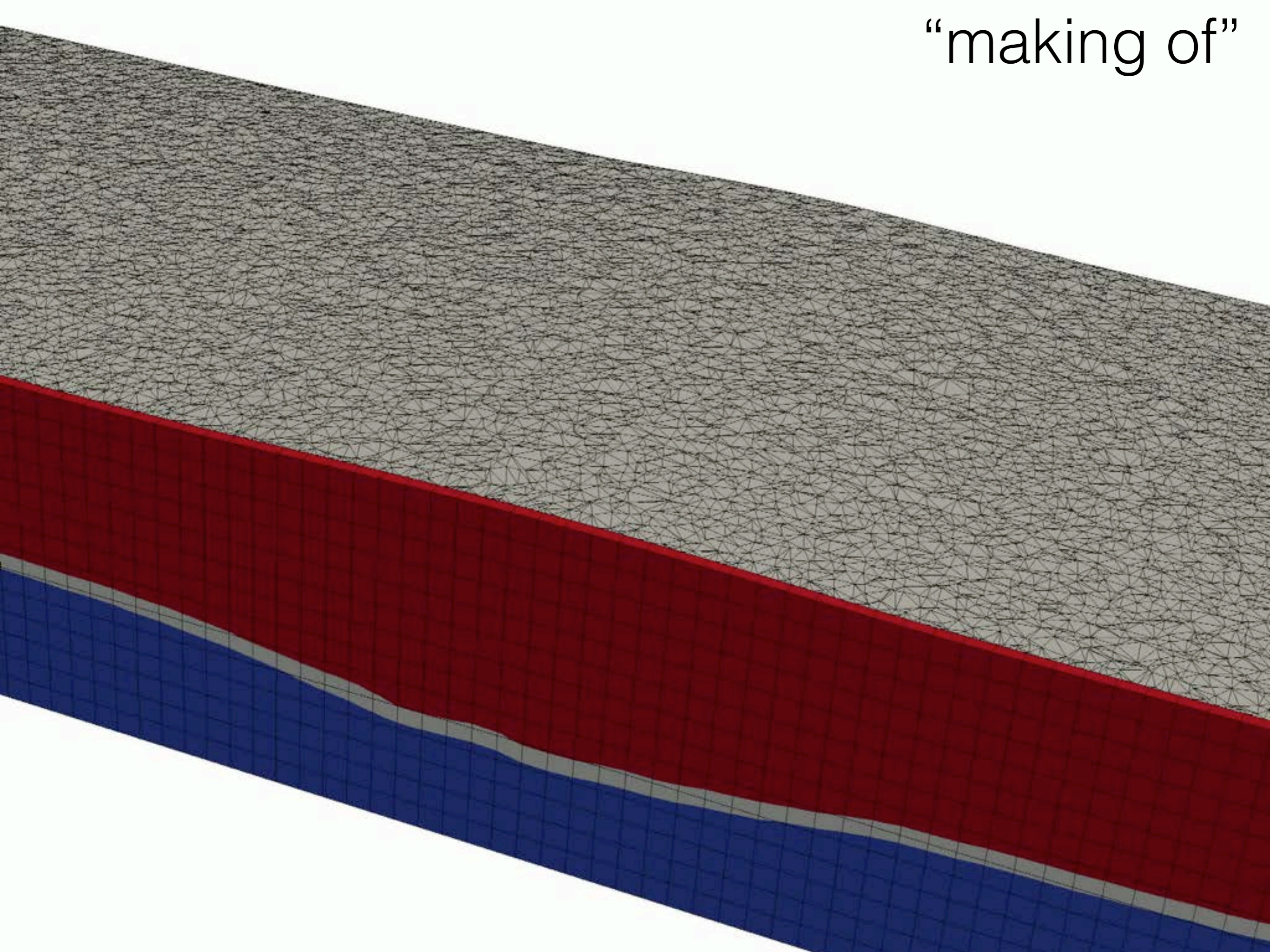


Erosie & gebergtevorming

Time: 0.000000 Myr



“making of”



Numerieke geodynamica is een jonge wetenschap.

Het is een mix tussen meerdere disciplines.

Hiermee kunnen wij onze hypothesen kwantitatief testen.

